

Kapitel 4

Relativitätsprinzip der Mechanik und Wellenausbreitung

Wenn zwei Figuren verschiedener Galileischer Orientierung kongruent sind, unterscheiden sich alle auftretenden Geschwindigkeiten durch eine gemeinsame Relativgeschwindigkeit, die hier einfach die Geschwindigkeitsdifferenz ist. Kongruenz bedeutet, daß die inneren Eigenschaften einer Figur *allein* es nicht gestatten, die Lage und Orientierung der Figur zu bestimmen. Neupositionierung und Neuorientierung erzeugt ja eben immer nur eine kongruente Figur, d.h. eine Figur mit gleichen inneren Eigenschaften. In der Sprache der Mechanik heißt das nun, daß die Messung der inneren Relationen eines Bewegungsablaufs nicht ausreicht, um eine Geschwindigkeit unabhängig von äußeren Fixpunkten zu bestimmen. In der Mechanik können nur Relativgeschwindigkeiten eine Rolle spielen. G.Galilei beschreibt diese fundamentale Beobachtung in seiner wunderbaren Sprache in den Discorsi¹. Er betrachtet Fliegen, Schmetterlinge, Fische, Personen, die springen und Bälle werfen, alle unter Deck auf

¹*Salviati*. Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran naviglio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; suspendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vada versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca che sia posto a basso; e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza. I pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi, le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi gettando all'amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutti le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vascello sta fermo non debbano succeder così: fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti; e da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina, o pure sta ferma. Voi saltando passerete nel tavolato i medesimi spazii che prima; né perché la nave si muova velocissimamente, farete maggior salti verso la poppa che verso la prua, benché nel tempo che voi state in aria il tavolato sottopostovi scorra verso la parte contraria al vostro salto; e gettando

einem Segelschiff. Niemand kann die Bewegung des Schiffes selbst ermitteln, solange diese gleichförmig (und drehungsfrei) ist. Es gibt also keinen immateriellen absoluten Bezug, der als absoluter Raum bezeichnet werden kann.

Nicht nur Position und Orientierung, auch die Geschwindigkeit kann nur relativ zu anderen Objekten bestimmt werden.

Diese Forderung nennt man *Relativitätsprinzip* der Mechanik, da sie von jeder Beschreibung mechanischer Bewegung berücksichtigt soll.

Interpretieren wir die Figuren in der Galilei-Geometrie als Skizzen mechanischer Bewegung, so wird nun *Kongruenz* zum Abbild der *Relativität*. Zwei kongruente Figuren – das wissen wir – unterscheiden sich nur durch Lage und Orientierung. Alle Eigenschaften, die von Lage und Orientierung abhängen, sind relativ: Sie müssen auf andere Gegenstände bezogen werden. Eine solche relative Größe ist zum Beispiel das Aussehen eines entfernten Objekts: seine scheinbare² Form hängt von der Orientierung zum betrachtenden Auge ab, seine scheinbare Größe von der Entfernung. Orientierung in einer Welt aus Raum und Zeit heißt aber auch – wie wir bereits

alcuna cosa al compagno, non con più forza bisognerà tirarla per arrivarlo, se egli sarà verso la prua e voi verso poppa che se voi foste situati per l'opposito: le gocciole cadranno come prima nel vaso inferiore senza caderne pur una verso poppa benché mentra la gocciola è per aria, la nave scorra molto palmi; i pesci nella loro acqua non con più fatica noteranno verso la precedente che verso la susseguente parte del vaso; ma con pari agevolezza verranno al cibo qualsivoglia luogo dell'orlo del vaso; e finalmente le farfalle e le mosche continueranno i lor voli indifferentemente verso tutte le parti; ne mai accaderà che si riduchino verso la parete che riguarda la poppa, quasi che fussero stracche in tener dietro al veloce corso della nave, dalla quale per lungo tempo trattenendosi per aria saranno state separate; e se, abbruciando alcuna lagrima d'incenso, si farà un poco di fumo, vedrassi ascendere in alto, ed in guisa di nugetta trattenersi, e indifferentemente muoversi non più verso questa che quella parte; e di tutta questa corrispondenza d'effetti ne è cagione l'esser il moto della nave comune a tutte le cose contenute in essa, ed all'aria ancora; che perciò dissi io che si stesse sotto coverta, che quando si stesse di sopra e nell'aria aperta e non seguace del corso della nave, differenze più o meno notabili si vederebbero in alcuni degli effetti nominati; e non è dubbio che il fumo resterebbe in dietro quanto l'aria stessa, le mosche parimenti e le farfalle, impedito dall'aria, non potrebbero seguire il moto della nave, quando da essa per ispazio assai notevole si separassero, ma trattenendovisi vicine perché la nave stessa, come di fabbrica anfrattuosa, porta seco parte dell'aria sua prossima, senza intoppo o fatica seguirebbon la nave; e per simil cagione veggiamo tal volta nel correr la posta le mosche importune e i tafani seguir i cavalli, volandogli ora in questa ed ora in quella parte del corpo; ma nelle gocciole cadenti pochissima sarebbe la differenza, e nei salti e nei proietti gravi del tutto impercettibile.

Sagredo. Queste osservazioni, ancorché navigando non mi sia venuto in mente di farle a posta, tuttavia son più che sicuro che succederanno nella maniera raccontata; in confermazione di che mi ricordo essermi cento volte trovato, essendo nella mia camera, a domandar se la nave camminava o stava ferma; e talvolta, essendo sopra fantasia, ho creduto che ella andasse per un verso, mentre il moto era al contrario [48].

²Wir benutzen das Attribut *scheinbar* wie in der Astronomie. In einem Raum bedeutet es die Projektion auf eine Gesichtsfeldebene oder die scheinbare Himmelskugel. Das Projektionszentrum ist das betrachtende Auge. Die Maße einer scheinbaren Form sind also Winkel. In einer Raum-Zeit bezeichnet das Attribut *scheinbar* auch Projektionen auf den lokalen Fluß der Zeit – die lokale Zeitachse – und den lokalen Raum der gleichzeitigen Ereignisse. Das so benutzte Attribut *scheinbar* hat also nichts mit Täuschung oder Fehler zu tun.

gesehen haben – Geschwindigkeit. Die schon bekannte Relativität der Geschwindigkeit bedeutet nun Relativität der Orientierung in der Raum-Zeit. Auch hier erhalten Orientierungen nur in Bezug auf äußere Gegenstände einen Sinn. Deshalb sind zuerst auch äußere Geschwindigkeiten relativ. – Wir gehen noch einen Schritt weiter. Die scheinbare Länge eines Stabs im Raum hängt von seiner Orientierung zu uns ab. Er kann transversal ausgerichtet sein und zeigt dann seine volle Länge, er kann radial ausgerichtet sein und zeigt uns dann nur seinen Querschnitt. In einer Raum-Zeit, steht neben der Koordination im Raum die in der Zeit. Wir müssen einfach erwarten, auch *scheinbare* Zeitintervalle – gemessen durch eine entfernte Uhr – von Zeitintervallen im beobachteten Objekt unterscheiden zu müssen. Die Länge der scheinbaren Zeitintervalle sollte von der raum-zeitlichen Orientierung, d.h. von der Geschwindigkeit des Objekts, abhängen. Die Galileische Mechanik enthält keinen solchen Effekt. Wir haben ja gesehen, daß dort die Zeit absolut ist und daß die Bewertung der Zeitintervalle nicht vom Bewegungszustand abhängt. Wenn wir jedoch die Wellenausbreitung analysiert haben, müssen wir diese Geometrie der Raum-Zeit korrigieren. Eine der Konsequenzen wird sein, daß der scheinbare Zeitablauf relativiert wird. Die unvermuteten Folgen dieser Relativität werden wir im nächsten Kapitel vorstellen.

In der Newtonschen Mechanik massiver Teilchen ist das Relativitätsprinzip durch die Formstabilität der Bewegungsgleichungen bei Galilei-Transformationen verwirklicht. Die Transformationen treten in zwei Gewändern auf. Einmal können wir sie als Präparation des betrachteten Vorgangs an anderer Stelle, mit anderer Orientierung und mit anderer Grundgeschwindigkeit verstehen. Das ist eine harte, weil praktische Forderung an den Experimentator. Zum andern ist die Transformation einfach die mathematische Substitution alter Koordinaten durch neue, d.h. eine Operation auf dem Papier. Relativität heißt nun gerade, daß beides auf dasselbe hinausläuft. Das einfachste Beispiel ist die Relativität des Zeitpunkts (auch Invarianz gegen Verschiebung in der Zeit genannt). Von einer solchen Relativität können wir sprechen, wenn das Ergebnis der Präparation eines zweiten Experiments zu einem späteren Zeitpunkt das gleiche liefert wie die Substitution der späteren Zeit in der Beschreibung des ersten Experiments. Die Relativität des Zeitpunkts ist in der Beschreibung der *Welt* eine Komponente der Relativität der Position. Ebenso ist die Relativität der Geschwindigkeit nur eine Komponente der Relativität der Orientierung.

Die additive Zusammensetzung der Geschwindigkeiten hat uns zur Einsicht in die Relativität der Geschwindigkeit geführt. Dabei scheint die Addition ganz selbstverständlich und durch alle Erfahrung gestützt zu sein. Das Bild ändert sich aber, wenn wir die Ausbreitung von Wellen betrachten. Typische mechanische Wellen sind Schallwellen. Im Gegensatz zu strömenden Teilchen ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen nicht unmittelbar von der transportierten Energie oder dem transportierten Impuls abhängig. Wellen scheinen durch einen Träger, ein *Medium* bestimmt. Speziell die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist Ausdruck der Eigenschaften des Mediums und bezieht sich auf das Medium. Großräumiger Teilchentransport wird dabei nicht beobachtet. Dennoch kann man Modelle der Wellenausbreitung konstruieren,

welche die atomistische Struktur der Materie berücksichtigen und Schallwellen auch adäquat beschreiben. Die Atome im Gitter eines festen Körpers sind ebenso wie die Moleküle eines Gases mehr oder weniger an eine mittlere Position gebunden. Sie können sich aber gegenseitig anstoßen und auf diese Weise eine Wellenausbreitung und einen Energietransport in Gang setzen, ohne sich selbst von ihrer Position weit entfernen zu müssen. Die Gesamtheit der Teilchen ist das Medium der Wellenausbreitung. Es kann als Verwirklichung des Cartesischen Plenums angesehen werden³, für uns ist es jedoch wichtig, den vollständig mechanischen Charakter seiner Bewegungen zu sehen. Relativ zum ansonsten strukturlosen Medium breitet sich der Schall im allgemeinen mit richtungsunabhängiger Geschwindigkeit aus. Die Ausbreitung eines Schallsignals wird im Fahrplan dann wieder durch einen geraden Kreiskegel gegeben.

Nun stellen wir der Wellenausbreitung einen Spiegel in den Weg [142]. Solange der Spiegel sich nicht bewegt, ändert sich am Bild der gespiegelten Explosion (Abb. 3.12) nichts. Bewegt sich der Spiegel aber, finden wir als Spiegelbild nun einen geraden Kreiskegel dessen Spitze $S[E]$ nicht mehr gleichzeitig mit dem Knall E ist (Abb. 4.1). Haben wir in der Galilei-Geometrie die beiden in den Abbildungen 3.11 und 3.12 dargestellten Figuren für kongruent erklärt, dann ist der Ablauf in Abbildung 4.1 nicht kongruent mit diesen Bildern. Er muß es auch nicht unbedingt sein, schließlich enthält er eine reale Relativgeschwindigkeit, die des Spiegels gegen das Medium. Ziehen wir etwa die Geschwindigkeit des Spiegels in Abbildung 4.1 ab, erhalten wir zwei schiefe Kreiskegel für die direkte wie für die gespiegelte Ausbreitung⁴ (Abb. 4.2). Daß die Kegel schief sind, ist Ausdruck der nun nicht mehr richtungsunabhängigen Ausbreitung des Schalls. Das Medium, in Abbildung 4.1 als ruhend vorausgesetzt, ist nach Abzug der Geschwindigkeit des Spiegels nicht mehr in Ruhe. Wir können feststellen, daß die Figuren der Abbildungen 4.1 und 4.2 in der Galilei-Geometrie kongruent sind. Entsprechend unserer Operation setzt sich die Geschwindigkeit der Welle gegen das Medium additiv mit der Geschwindigkeit des Mediums zusammen. Solange wir wie in der Schallausbreitung ein deutlich fühlbares und vor allem auch manipulierbares Medium vor uns haben, sehen wir noch kein Problem mit dem Relativitätsprinzip. Wir sehen dann eben gerade in diesem Medium den notwendigen äußeren Bezug bei der Bestimmung der Geschwindigkeit. Ohne ein solches Medium ist die einzige invariant isotrope Geschwindigkeit unendlich. Rückblickend kann etwa das Newtonsche Gravitationsfeld so interpretiert werden, daß es sich mit *unendlich* großer Geschwindigkeit ausbreitet.

³Bevor Newton die Gravitation als Fernwirkung postulierte, wurde ein hypothetisches Kontinuum als Träger jeder Wirkung angesehen. Das Argument für eine solche Konstruktion wurde mit der Entdeckung der atomaren Struktur durch die Teilchenmechanik beantwortet und für die Akustik neu begründet.

⁴Natürlich müssen wir die reale Situation idealisieren. Die Spiegel könnten ein feines Netz sein, welches das Medium nicht stört und nur einen feinen Bruchteil der Welle reflektiert. Bei der Diskussion des Michelson-Experiments (Abb. 4.4) war eine der immer wieder gestellten Fragen, wie frei sich das hypothetische Medium durch die Apparatur bewegen kann.

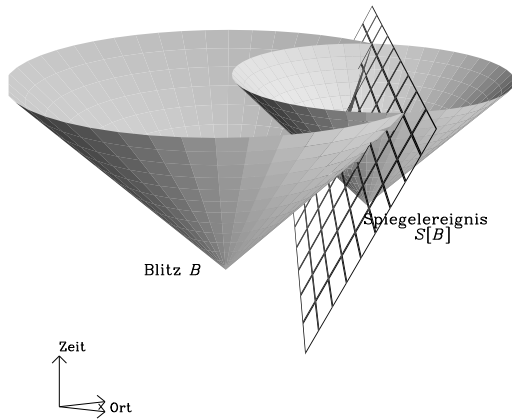


Abbildung 4.1: Wellenausbreitung und bewegter Spiegel

Im Unterschied zum Explosionskegel, wo die Relativgeschwindigkeit zum Spiegel den Betrag nicht ändert, müssen wir hier davon ausgehen, daß die Geschwindigkeit unabhängig von der Spiegelbewegung in alle Richtungen gleich ist. Der reflektierte Teil des Kegels kann jetzt zu einem geraden Kreiskegel ergänzt werden, dessen Spitze allerdings nicht auf der gleichen Höhe wie die des Ausgangskegels liegt: B und $S[B]$ sind nicht mehr gleichzeitig. Darüberhinaus ist der Zeitunterschied von der Bewegung des Spiegels abhängig.

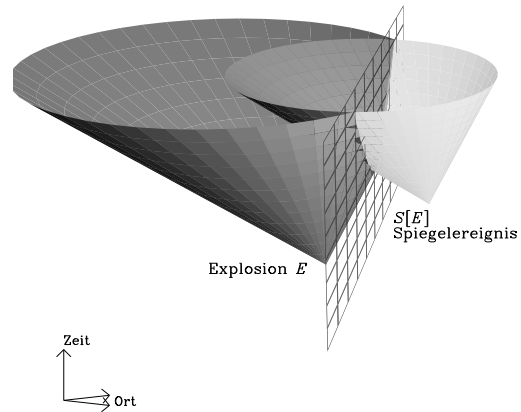


Abbildung 4.2: Schallkegel im Gegenwind

Ziehen wir in Abbildung 4.1 die Geschwindigkeit des Spiegels nach der additiven Regel ab, entsteht ein Bild, das für den Schall trifft. Es beschreibt dann einen festen Spiegel, der in einem Medium steht, das von rechts heranweht.

Die Ausbreitung des Lichts ist jedoch auch nach der Zusammensetzung mit der Geschwindigkeit des Spiegels isotrop. Abbildung 4.1 geht dann wieder in Abbildung 3.11 über.

Die Lichtausbreitung widerspricht dieser Erklärung. Zunächst breitet sich das Licht – wie der Schall – mit einer *endlichen* Geschwindigkeit aus. Das Licht braucht Zeit zu seiner Ausbreitung. Dies sieht man geometrisch am *Doppler-Effekt* (Abb. 2.17). Darüber hinaus scheint die Aberration (Abb. 4.3) zu zeigen, daß sich die Lichtgeschwindigkeit mit der des Beobachters nahezu additiv zusammensetzt und das Licht dabei zumindest seine Richtung ändert. So erklärt die Aberration bestimmte Änderungen der scheinbaren Sternpositionen im Laufe eines Jahres.

Wie die Interferenzerscheinungen zeigen, muß das Licht auch als Wellenerscheinung angesehen werden. Das Modell einer Newtonschen Teilchenströmung kann Interferenz nicht erklären. Licht hat in dieser Hinsicht Eigenschaften, die wir auch beim Schall feststellen können. Nur ist das Medium beim Schall fühlbar, lenkbar, manipulierbar, einschließbar und abschirmbar: Durch den leeren Raum kann sich der Schall nicht ausbreiten. Das Licht breitet sich aber offensichtlich durch den lee-

Ein Photon (Teilchen, Signal) kommt von S nach O . Ein Beobachter sieht als räumliche Richtung die Projektion dieser Weltlinie auf den Raum $t = 0$ (wie auch in Abb. 2.1 und 2.3), eine Bahn. Der Beobachter mit der Weltlinie O^*O sieht die Richtung OM , der Beobachter mit der Weltlinie AO die Richtung OL . Die Differenz beider Richtungen ist die Aberration. Das Dreieck OLM liest man als Addition der Geschwindigkeiten: $\vec{ML} + \vec{LO} = \vec{MO}$.

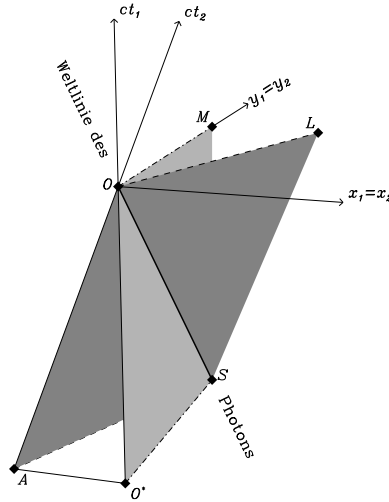


Abbildung 4.3: Aberration

ren Raum aus. Gäbe es doch ein Medium (wir nennen es *Äther*), müsste dieses den *ganzen* Raum erfüllen, ohne sich von anderen voluminösen Körpern ausschließen oder gar abpumpen zu lassen⁵. Deshalb bringt es uns in eine merkwürdige Situation: Setzt sich die Lichtgeschwindigkeit wie alle anderen Geschwindigkeiten additiv mit diesen zusammen, kann ein Meßapparat nur bei einer bestimmten Bewegung die Lichtausbreitung als richtungsunabhängig feststellen. Wenn sich nun *kein* materielles Medium bemerkbar macht, kann man diesen Zustand als absolute Ruhe ansehen, und man kann ihn in einem abgeschlossenen, verdunkelten Laboratorium bestimmen, beispielsweise unter Deck auf dem Schiff in Galileis Argument. Bei Bewegung gegen diesen Zustand wird die Lichtausbreitung anisotrop: In Bewegungsrichtung muß die Lichtgeschwindigkeit kleiner, gegen die Bewegungsrichtung größer erscheinen. Alles das könnte man in einem gegen die Umgebung abgeschlossenen Laboratorium messen, und es ergäbe sich ein Widerspruch zu unserem Relativitätsprinzip⁶. Gibt es jedoch ein reales Medium der Lichtausbreitung (den *Äther*), dann stellt dieses eine äußere Gegebenheit dar, auf die wir uns wie in der Akustik berufen können.

Die Analogie zum Schall, genauer die Aberration, läßt uns zunächst eine additive Zusammensetzung der Lichtgeschwindigkeit mit anderen Geschwindigkeiten erwarten. Die Versuche, diese Additivität direkt nachzuweisen, schlugen jedoch fehl [23, 60, 55]. Michelson versuchte, den Laufzeitunterschied längs verschieden gerich-

⁵Heute gibt es mehrere Konstrukte, die den ganzen Raum erfüllen. Ein Beispiel sind die Nullpunktenergien aller Quantenfelder, der bis jetzt postulierten wie auch der noch nicht gefundenen. Vielleicht ist auch der Äther noch etwas ganz anderes [2]. Es gibt jedoch keinen Hinweis, daß diese Konstrukte die Lichtausbreitung beeinflussen, im Gegenteil: Die theoretische Spekulation geht immer vom Fehle einer solchen Wirkung aus.

⁶Wir können auch ohne das explizite Relativitätsprinzip argumentieren. Wir wären einfach in einer merkwürdigen Situation, die Geschwindigkeit gegenüber einem Nichts festzustellen [2].

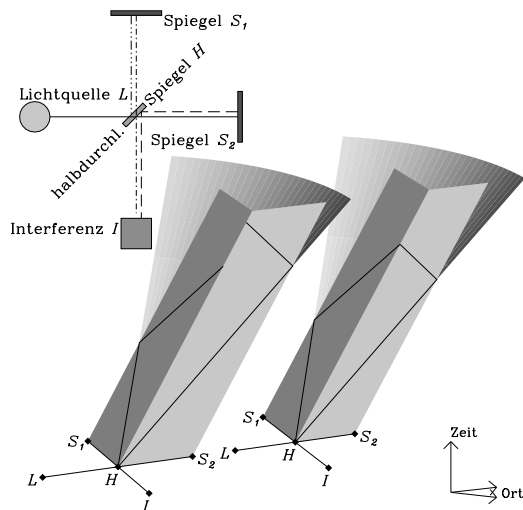


Abbildung 4.4: Michelsons Ätherdriftversuch

Wir sehen zwei Fahrpläne des Michelsonschen Interferometers (links oben). Das Licht von der Quelle L wird von einem halbdurchlässigen Spiegels bei H geteilt und nach Reflexion an S_1 bzw. S_2 wieder zusammengeführt, damit an der Interferenzfigur bei I die Laufzeiten verglichen werden können. Sind die Arme HS_1 und HS_2 im dargestellten Bezugssystem gleich lang, ergibt sich bei Bewegung des Interferometers eine Laufzeitdifferenz (linker Fahrplan), die nur ausgeglichen werden kann, wenn der Arm in Bewegungsrichtung (HS_2) entsprechend verkürzt ist (rechter Fahrplan).

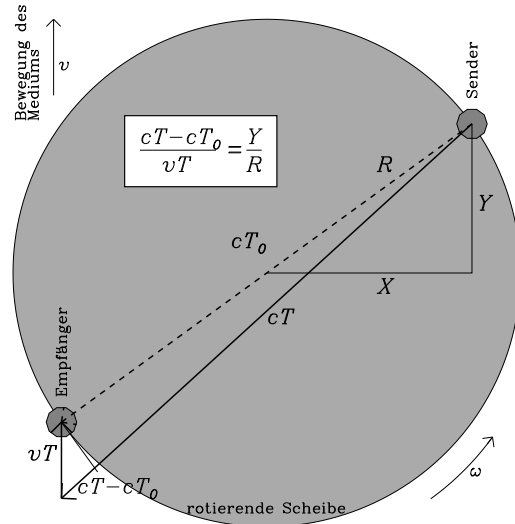


Abbildung 4.5: Isaaks einarmiger Ätherdriftversuch

Ein rotierender Arm trägt einen γ -Strahler und einen Absorber gleicher Frequenz. Bei Bewegung des Trägermediums und additiver Zusammensetzung der Geschwindigkeiten verstimmen sich beide Frequenzen gegeneinander,

$$\tau_a \approx \tau_s \left(1 + 2 \frac{v}{c^2} \omega X [t_s] \right),$$

und die Absorption wird geringer. Beim Einsatz von γ -Spektrallinien, deren Auflösung durch den Mössbauer-Effekt bis auf 10^{-15} gesteigert werden kann, müßten Geschwindigkeiten des Mediums bis hinunter zu 1 cm/s erkennbar sein. Es wird aber auch hier nichts gefunden [23].

teter Interferometerarme zu erfassen (Abb. 4.4), der auf der Erdbahn variieren und eine Amplitude von 10^{-8} haben sollte. Er ist aber immer Null. Das sieht so aus, als wäre ein Interferometerarm verkürzt, wenn seine Richtung mit der Bewegung gegen den hypothetischen Äther zusammenfällt⁷. Einstein jedoch erkannte das Ergebnis als nichtadditive Zusammensetzung der Lichtgeschwindigkeit mit der Bewegung des Beobachters, genauer als *universelle* Isotropie der Lichtgeschwindigkeit. Isaak konnte in neuerer Zeit ein Experiment aufbauen, das einen Effekt erster Ordnung (Amplitu-

⁷Der Michelson-Versuch zeigt, daß der längs eines Arms hin- und herlaufende Lichtimpuls eine Uhr definiert, deren Gang von der Orientierung des Arms nicht abhängt. Diese Lichtuhr werden wir später noch einmal benutzen (Abb. 5.12, 5.14).

de des Jahresgangs von 10^{-4}) fände, und die Isotropie direkt nachweisen (Abb. 4.5). Das hypothetische Medium, der Äther, bleibt unfühlbar. Obwohl man *nur* im Ruhesystem des Äthers Richtungsunabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit finden sollte, findet man sie in *jedem* Inertialsystem. Die Prüfung dieser *Isotropie der Lichtausbreitung* sagt uns also erstaunlicherweise nichts über eine eventuelle Bewegung in diesem Äther⁸.

Die Lichtausbreitung wird immer als richtungsunabhängig beurteilt, unabhängig davon, wie sich der Meßapparat bewegt⁹. Lichtgeschwindigkeit ergibt bei Zusammensetzungen mit anderen Geschwindigkeiten immer wieder nur die Lichtgeschwindigkeit.

Der Betrag der Lichtgeschwindigkeit ändert sich bei Zusammensetzung *nicht*. Der Äther verliert jede Bedeutung. Damit ist das Relativitätsprinzip aber nicht gerettet. Denn nun scheint es so, daß unsere Kongruenz zusammenbricht. Sehen wir nur auf die Lichtausbreitung, sind die Figuren in den Abbildungen 4.1 und 3.11 kongruent, nicht mehr die Abbildungen 3.12 und 3.11. Dafür hatten wir aber *auch* gute Gründe. Wir könnten nun also *den* Spiegel als absolut ruhend charakterisieren, für den das Spiegelbild der Explosion mit dem Spiegelbild des Blitzes identisch ist. Für jeden bewegten Spiegel fallen beide Bilder auseinander. Das Relativitätsprinzip der Mechanik scheint nicht zu gelten.

Es war Einsteins Idee, die Mechanik so zu ändern, daß sie zur Lichtausbreitung paßt. In unserer Sprache heißt das, daß die von der Lichtausbreitung definierte Spiegelungsvorschrift mit der von der Teilchenbewegung gegebenen übereinstimmen soll. Die generelle Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Ausbreitungsrichtung (Isotropie der Lichtgeschwindigkeit) wird der Ausgangspunkt der Konstruktionen (Tabelle 4.1). Statt Isotropie liest man oft *Konstanz* der Lichtgeschwindigkeit. Das ist als Synonym gemeint: Unabhängigkeit von der Ausbreitungsrichtung und Unveränderlichkeit ihrer Größe bei Zusammensetzung. Konstanz in Raum und Zeit ist eine ganz *andere* Frage. Haben wir kein anderes Maß zur Hand, ist es eine Konvention, die Lichtgeschwindigkeit als feste Einheit zu nehmen. Dann ist diese definitionsgemäß eine Konstante. Das Internationale System geht wegen der hervorragenden Reproduzierbarkeit der Lichtgeschwindigkeit auch so vor und leitet die Längeneinheit von der Zeiteinheit ab, die ihrerseits atomar definiert ist. Zuvor wurde die Längeneinheit durch eine *eigene* Spektrallinie definiert (deren Wellenlänge geeignet war, etwa das Urmeter zu eichen). Mit solch einer Längeneinheit könnte

⁸Die Aberration des Sternenlichts verändert wohl die Richtung, aber nicht den Betrag der Geschwindigkeit eines Lichtstrahls. Auch an Hand des Aussehens des Sternhimmels bestimmen wir keine absolute Geschwindigkeit, sondern bestenfalls die Relativgeschwindigkeit zu einem anderen Beobachter, der ein anderes Bild des Himmels hat (Abb. 4.10, 4.11).

⁹Das gilt für Bewegung fester Orientierung. Bei Drehungen tritt der Sagnac-Effekt auf, der zwar die Lichtgeschwindigkeit nicht ändert, aber verlangt, daß man vor der Interpretation des Meßergebnisses die Bewegung der Spiegel genauer analysieren muß.

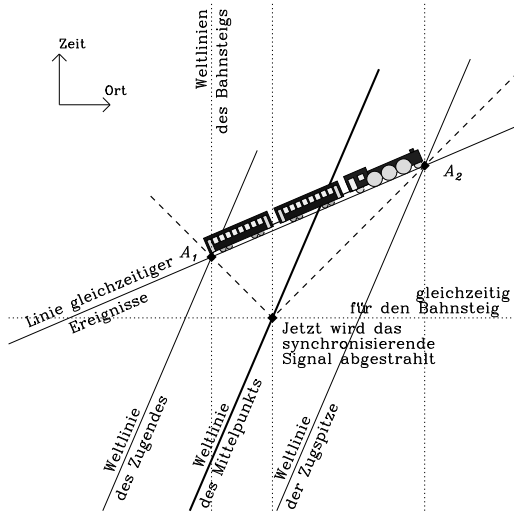


Abbildung 4.6: Praktische Gleichzeitigkeit und Einsteinsche Synchronisation

Wir zeichnen die Weltlinien eines fahrenden Zuges vor einem festen Hintergrund. Die Uhren am vorderen und hinteren Ende eines Zuges werden durch ein von der Mitte ausgesandtes Lichtsignal abgeglichen. A_1 und A_2 sind – vom Zug aus beurteilt – gleichzeitig, schließlich hatte das Licht von der Mitte des Zuges aus gleiche Strecken bei gleicher Geschwindigkeit zurückzulegen. Der Posten auf dem Bahnsteig beurteilt die Sache anders. Für ihn kommt das Zugende dem Signal entgegen und verkürzt Weg und Laufzeit, die Zugs Spitze fährt weg und vergrößert Abstand und Laufzeit. Der Posten sieht das Ereignis A_1 früher als A_2 . Gleichzeitigkeit im Zug ist etwas anderes als Gleichzeitigkeit im Hintergrund.

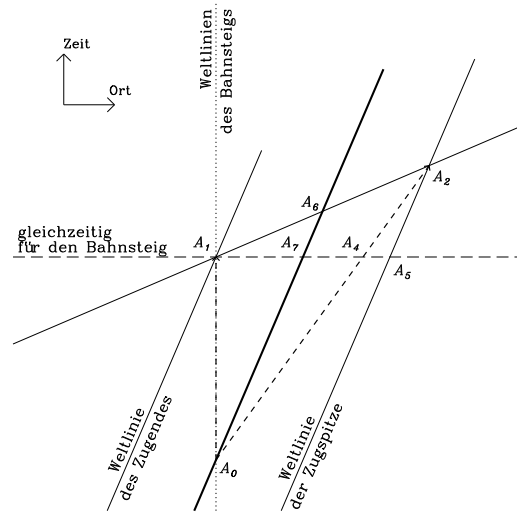


Abbildung 4.7: Mechanik und Gleichzeitigkeit

Wir konstruieren die Synchronisation wie in Abb. 4.6, allerdings mechanisch. Dazu sprengen wir bei A_0 die Verbindung zweier gleicher Kugeln, so daß sie sich symmetrisch auseinanderbewegen und für den Zug gleichzeitig an den Enden eintreffen. Die Geschwindigkeit der rücklaufenden Kugel soll die des Zuges gerade kompensieren. Dann bleibt trifft sei bei A_1 am hinteren Ende ein. Bezogen auf den Bahnsteig sagt der Impulssatz $m_0 \cdot A_7 A_1 + m[v] \cdot A_7 A_4 = 0$. Für $m_0 = m[v]$ ist $A_1 A_7 = A_7 A_4$ und $A_4 = A_5 = A_2$. A_1 und A_2 sind dann absolut gleichzeitig. Für $m_0 < m[v]$ trifft die vorlaufende Kugel bei A_2 erst später am vorderen Ende ein. Die Ereignisse A_1 und A_2 sind nun bezogen auf den Zug gleichzeitig, bezogen auf den Bahnsteig aber nicht.

sich die Lichtgeschwindigkeit dann als veränderlich erweisen¹⁰. Das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit zu diesen Einheiten ist von der *Sommerfeldschen Feinstrukturkonstante* bestimmt. Eine Veränderung in der Lichtgeschwindigkeit kann bestenfalls als deren Variabilität beobachtet werden. Die Struktur der Spektren von Quasaren, deren Licht uns aus einer Entfernung von vielen Milliarden Lichtjahren und

¹⁰Es ist tatsächlich konzeptionell einfacher, die Lichtgeschwindigkeit als Einheit zu nehmen (Abb. 5.12, 5.14). Dann wird es jedoch kompliziert, Längeneinheiten unabhängig zu konstruieren. Maßstäbe werden plumpe, konzeptionell problematische Objekte, deren Starrheit bereits fraglich ist und deren Anwendungsgebiet prinzipiell beschränkt ist [2].

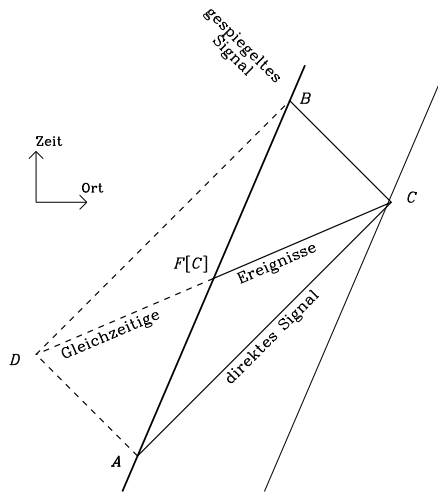


Abbildung 4.8: Das Licht-Echolot

Die Skizze zeigt die Weltlinie eines Beobachters, der sich geradlinig und gleichförmig bewegt. Zum Zeitpunkt A sendet dieser ein Signal, das bei C zurückgeworfen wird und den Beobachter zum Zeitpunkt B wieder erreicht. Kennt der Beobachter die Ausbreitungsgeschwindigkeit c des Signals, und ist diese unabhängig von der Richtung, dann kann der Beobachter das Ereignis C als gleichzeitig zu $F[C]$ einstufen und die Entfernung zwischen C und $F[C]$ mit $d[C, F[C]] = ct[A, F[C]]$ angeben.

Das Viereck $ACBD$ nennen wir Lichteck.

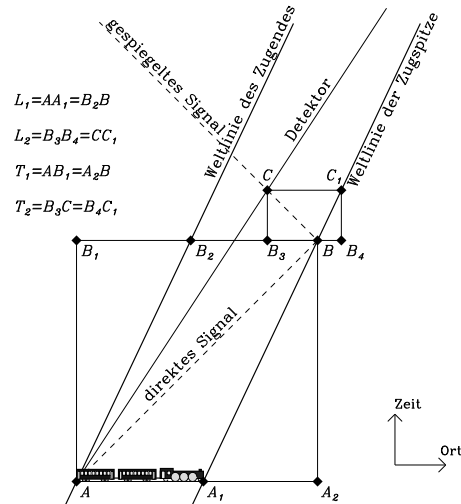


Abbildung 4.9: Einsteinsche Zusammensetzung der Geschwindigkeiten. I.

Wir zeichnen die parallelen Weltlinien der Zugspitze A_1B und des Zuges AB_2 und die Weltlinie eines Lichtsignals, das am hinteren Ende bei A startet, bei B am vorderen Ende reflektiert wird und bei C einen Detektor trifft, der ebenfalls bei A seinen gleichförmigen Weg Richtung Zugspitze genommen hat. Vergleichen wir die zurückgelegten Wege und Zeiten, finden wir

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{c + v_Z}{c - v_Z} \frac{c - w_D}{c + w_D}.$$

Die gleiche Formel gilt auch im Ruhssystem des Zuges, wo $v_Z = 0$ und $w_D = w_{DZ}$ zu setzen ist. Das Längenverhältnis ist in beiden Fällen dasselbe, also folgt Gleichung (4.1).

aus einer entsprechend fernen Vergangenheit erreicht, könnte dies zeigen. Aber keine Änderung der Feinstrukturkonstanten ist je beobachtet worden. Die Frage ist jedoch Gegenstand neuer Untersuchungen [144].

Die universelle Isotropie der Lichtausbreitung hat zunächst Folgen für die physikalische Synchronisation von Uhren, d.h. für die physikalische Feststellbarkeit von *Gleichzeitigkeit* (Abb. 4.1, 4.6). Genau diese werden wir abstrakt in einer neuen Spiegelungsvorschrift der Ort-Zeit-Ebene wiederfinden.

Gleichzeitigkeit ist relativ,

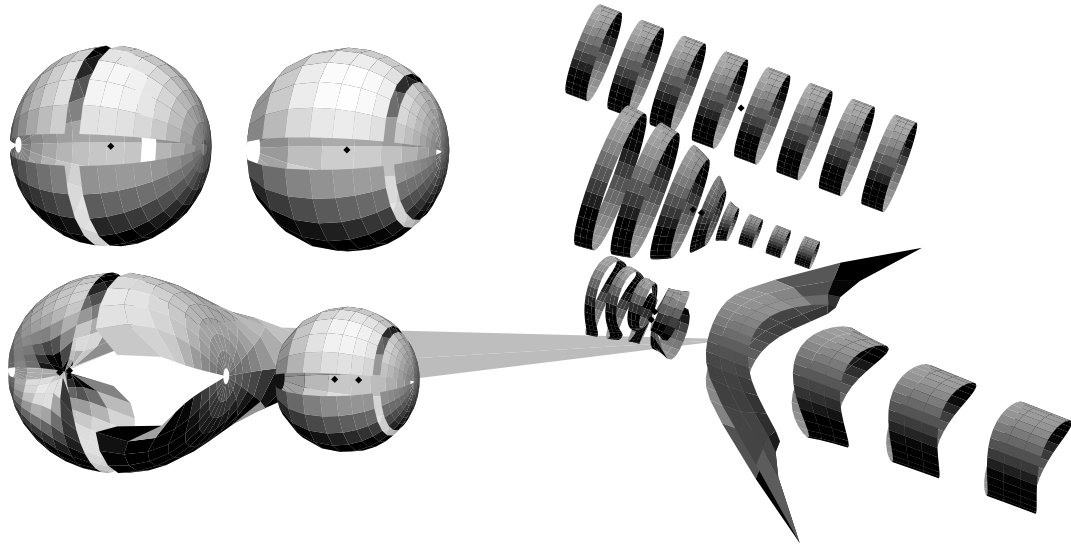


Abbildung 4.10: Relativistische Aberration

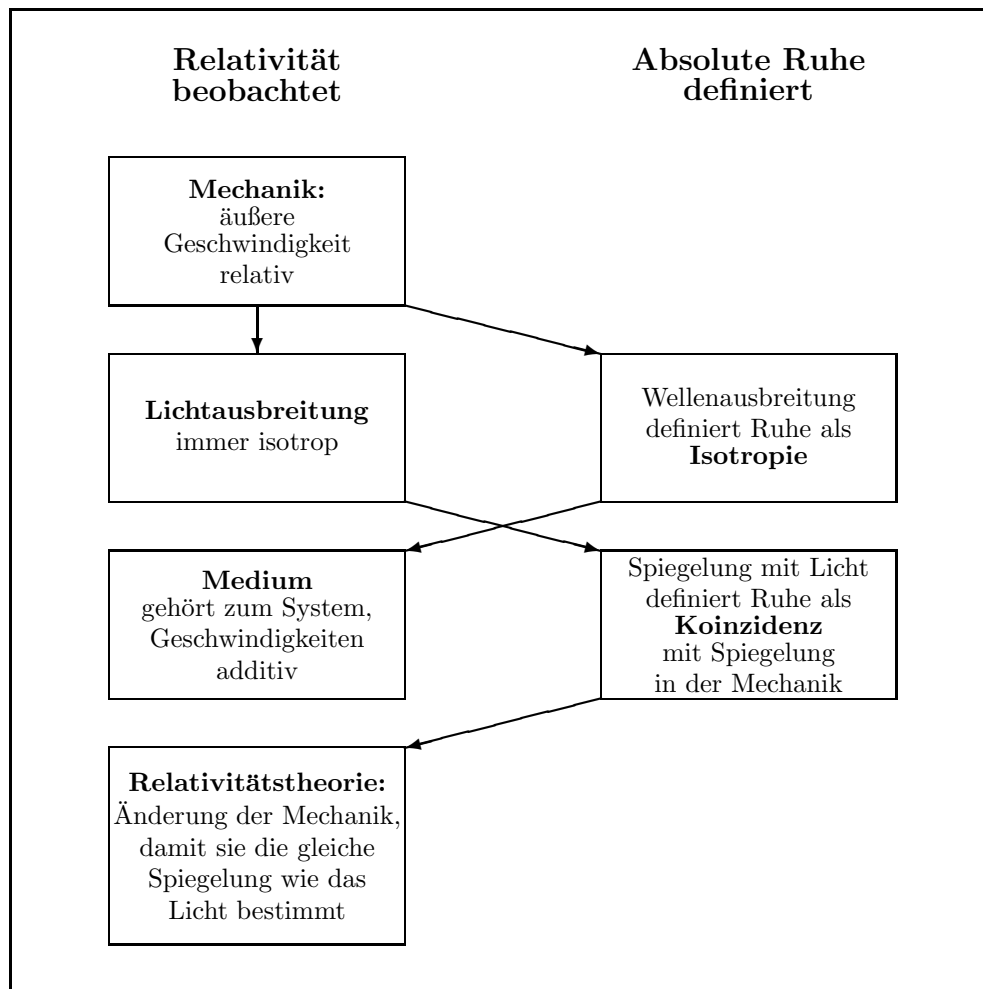
Wir zeigen die Abbildung einer Kugel (links oben) um den Beobachter, die angeschnitten ist, um den räumlichen Eindruck zu unterstützen. Rechts oben ist das Ergebnis der konformen Abbildung der scheinbaren Himmelskugel zu sehen, wenn sich der Beobachter gegen den Bezugsbeobachter mit $0.7 c$ nach rechts bewegt (vgl. Abb. D.5). Unten rechts sehen wir die Abbildung der Kugel, wenn der bewegte Beobachter zwei hintereinanderliegende Augen einsetzt. Die gesamte Kugel erscheint nun noch kontrahiert. Links unten stehen die beiden Augen des bewegten Beobachters nebeneinander. In der aus Bewegungsrichtung und Augenverbindung bestimmten Ebene wird die Abbildung singular. Hier ist die Relativgeschwindigkeit nur $0.4 c$.

Abbildung 4.11: Stereoskopische Aberration

Dargestellt ist das momentane Bild eines Tunnels. Oben ist der Anblick für den ruhenden Beobachter dargestellt. In der Mitte folgt der Anblick des bewegten Beobachters, wenn die beiden Augen in Bewegungsrichtung hintereinander angeordnet sind, der Beobachter also zum Seitenfenster eines Zuges hinausieht. Der Tunnel scheint in Bewegungsrichtung verengt, rückwärts dagegen erweitert. Eine scheinbare Kontraktion ist überlagert. Das untere Bild zeigt den Anblick, wenn die Augen nebeneinander stehen, der Beobachter also durchs Frontfenster in Bewegungsrichtung sieht. Die Kombination der Streckung nach vorn und der Kontraktion nach hinten ist augenfällig, während die Weite hier unverändert bleibt. Beide Bewegungen erfolgen mit $0.7 c$.

d.h., sie ist abhängig von der Bewegung des Beurteilenden. Davon ist dann auch die Mechanik tangiert. Schließlich können wir mit mechanischen Mitteln allein ebenfalls eine Gleichzeitigkeit bestimmen, die mit der neuen Definition in Übereinstimmung gebracht werden muß. Wie sieht dieser Zeitvergleich aus? Dazu betrachten wir zwei gleiche Objekte, die zunächst gemeinsam in der Mitte ruhen, deren Gesamtimpuls bezogen auf den Zug Null ist. Wird ihre Verbindung gesprengt, laufen sie im Zug mit gleicher Masse und entgegengesetzt gleichen Impuls und Geschwindigkeit auseinander. Sie bestimmen dann bei ihrem Eintreffen an den Zugenden Ereignisse,

Tabelle 4.1: Relativität und absoluter Bezug



die im Zug gleichzeitig sind (Abb. 4.7). Genau dann, wenn die Masse sich mit der Geschwindigkeit ändert, wird die so bestimmte Gleichzeitigkeit von der Bewegung des Schwerpunkts abhängig. Relativität der Gleichzeitigkeit und Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse ($m = m[v]$) bedingen sich gegenseitig. Allerdings muß bei der mechanischen Definition der Gleichzeitigkeit sichergestellt werden, daß die verschiedenen Konstruktionsmöglichkeiten alle dasselbe liefern: Nur bestimmte Funktionen $m = m[v]$ werden das erreichen. Wir kommen darauf noch zurück.

Wir sehen uns auch anderen tiefgreifenden Folgen gegenüber: Ist die Gleichzeitigkeit relativ, kann bereits die Längenmessung nicht mehr eindeutig sein (Abb. 2.15).

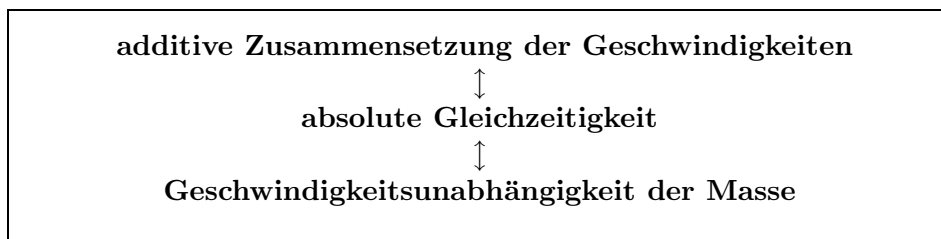
Schließlich müssen wir beim Anlegen eines Maßstabs an beiden Enden *gleichzeitig* ablesen. Wenn die Gleichzeitigkeit aber eine Frage der Bewegung des beurteilenden Beobachters ist, dann muß die Länge bewegter Objekte genauer analysiert werden. Diese Diskussion verschieben wir auf das nächste Kapitel. Das Echolot ist allerdings einfacher auszuwerten, denn eine Geschwindigkeit gegen das Medium der Schallausbreitung ist nicht mehr zu berücksichtigen (Abb. 4.8). Das Echolot gestattet zumindest prinzipiell die Bestimmung der Koordinaten jedes Ereignisses und ist auch in der Allgemeinen Relativitätstheorie noch anwendbar [34].

Wir betrachten nun eine dritte Konsequenz. Die Geschwindigkeiten können sich generell nicht mehr additiv zusammensetzen, da Zusammensetzungen mit der Lichtgeschwindigkeit diese ja *nicht* verändern. Wir leiten die Zusammensetzung der Geschwindigkeiten aus einem einfachen Gedankenexperiment her (Abb. 4.9, nach Mermin [93]). Die gefundene Formel

$$\frac{c - w_D}{c + w_D} = \frac{c - w_{DZ}}{c + w_{DZ}} \frac{c - v_Z}{c + v_Z} \rightarrow w_D = \frac{v_Z + w_{DZ}}{1 + \frac{v_Z w_{DZ}}{c^2}} \quad (4.1)$$

(v_Z ist die Geschwindigkeit der ersten Objekts, w_D die des zweiten und w_{DZ} die des zweiten gegen das erste.) heißt *Einsteinsches Additionstheorem der Geschwindigkeiten*, obwohl sie ja eine *nichtadditive* Zusammensetzung beschreibt [125]. Im täglichen Sprachgebrauch ist eine Zusammenfügung eine Addition, auch wenn die mathematische Operation der Addition nicht anwendbar ist¹¹. Die Zusammensetzung ist multiplikativ in den Größen $(c-v)/(c+v)$: Die Rolle des Doppelverhältnisses kündigt sich an (Kapitel 8). Das Additionstheorem modifiziert auch den Betrag der Aberration [109]. Die Aberration vermittelt nun eine *konforme* Abbildung der scheinbaren Himmelskugel (Abb. 4.10 und 4.11). Sie kann in eine Abbildung des Raums eingebettet werden, die wir durch Triangulation mit zwei Augen konstruieren¹².

Wir sehen eine strenge Äquivalenz:



¹¹Hier drängt sich die Scherzfrage auf, ob vier minus eins immer drei ist: Natürlich nicht. Ziehen wir von den vier Ecken eines Blattes Papier eine ab (indem wir sie abschneiden), bleiben nicht drei, sondern fünf übrig. Die mathematische Operation der Subtraktion ist nicht auf jede physikalische Abtrennung anwendbar, so wie nicht jede Zusammenfügung eine Addition ist.

¹²Die beiden Augen sehen leicht verschiedene Positionen, die eventuell durch verschiedene Aberrationen korrigiert sind und die analog zur Parallaxe (Abb. 2.18) zu einer Entfernung hochgerechnet werden. Die relative Stellung der Augenpaare beider Beobachter zur Relativgeschwindigkeit ist wichtig.

Ist eine der drei Feststellungen nicht erfüllt, können – immer unter Voraussetzung der Gültigkeit des Relativitätsprinzips – die anderen beiden ebenfalls nicht gelten. Nur wenn die Massen geschwindigkeitsunabhängig sind, finden wir absolute Gleichzeitigkeit. Nur wenn sich die Geschwindigkeiten additiv zusammensetzen, finden wir absolute Gleichzeitigkeit. Daraus folgt, daß die Geschwindigkeitsunabhängigkeit der Massen nur mit einer additiven Zusammensetzung der Geschwindigkeiten verträglich ist. Wir sehen, wie eins ins andere greift und wieder ein konsistentes Bild entstehen kann, das notwendig die Eigenschaften hat, über die man sich wundern muß, solange man sie ohne ihren Zusammenhang betrachtet.

Der Standpunkt größter Einfachheit ist es, die Gültigkeit geometrischer Zusammenhänge vorauszusetzen, die es eben gestatten, Ort, Orientierung und Geschwindigkeit unabhängig von den anderen Eigenschaften der Gegenstände zu untersuchen. Dies drängt sich uns zunächst als so natürlich auf, daß es vor aller Physik festzustehen scheint. Deshalb erhebt sich die Frage: Kann die Natur den geometrischen Standpunkt überlisten? Ist seine Anwendbarkeit *notwendig* (vor aller Erfahrung, a priori) oder *kontingent* (bedürftig der Nachprüfung)? Das zweite ist richtig¹³. Wir müssen allein deshalb schon messend überprüfen, weil verschiedene geometrische Systeme denkbar sind, die alle den gleichen Komplex von Lageeigenschaften betreffen. Wir kennen ja auch Argumente *gegen* den geometrischen Standpunkt: Vor der Entdeckung der Gesetze der Schwerkraft schien alles auf eine Besonderheit der dritten Dimension hinzudeuten. Wenn die verschiedenen zu vergleichenden Größen bei Bewegung, Richtungs- und Ortswechsel unterschiedlich reagieren, kann man mit diesen Unterschieden eben Bewegung, Orts- und Richtungswechsel messen, ohne sich auf äußere Gegebenheiten beziehen zu müssen. Die verschiedenen Kugeldefinitionen könnten durchaus auseinanderfallen. Dabei geht es immer um das Verhalten der verschiedenen Installationen gegeneinander, nie gegen den absoluten Raum, der gerade die Abstraktion eines Verhaltens ist, in dem alle Größen gleich auf Bewegung, Orts- und Richtungswechsel reagieren. Die physikalische Relativität steckt den Anwendbarkeitsbereich geometrischer Systeme ab. Diese Entdeckung haben wir der Relativitätstheorie zu verdanken. Aus dieser Sicht ist Geometrie zu Physik geworden.

Die nichtadditive Zusammensetzung der Lichtgeschwindigkeit war vor der Erfindung der Relativitätstheorie Anlaß zur Konstruktion komplizierter mechanischer Modelle für das Medium der Lichtausbreitung, den Äther. Mechanische Modelle wurden für notwendig gehalten, weil die Mechanik ein konkurrenzloses Vorbild an Klarheit und mathematisch-physikalischer Harmonie war und noch ist. Diese physikalischen Überlegungen wurden durch die Relativitätstheorie und die neue Geometrie der Welt gegenstandslos. In diesem Sinne wurde mit der Relativitätstheorie Physik zur Geometrie.

¹³Genau genommen messen wir nur Anwendbarkeit. Poincaré ging so weit zu sagen, daß die Grenze zwischen Geometrie und Physik in *beide* Richtungen verschoben werden kann. Dennoch gibt es besser anwendbare und weniger gut anwendbare Stellen für diese Trennlinie.