Die geometrischen Grundlagen der Entfernungsdefinition im Universum

1. Triangulationen
2. Die Verfahren der ersten Gruppe
3. Die Verfahren der zweiten Gruppe
4. Der Einfluß der Expansion

5.-7. Helligkeit, scheinbarer Durchmesser, Flächenhelligkeit

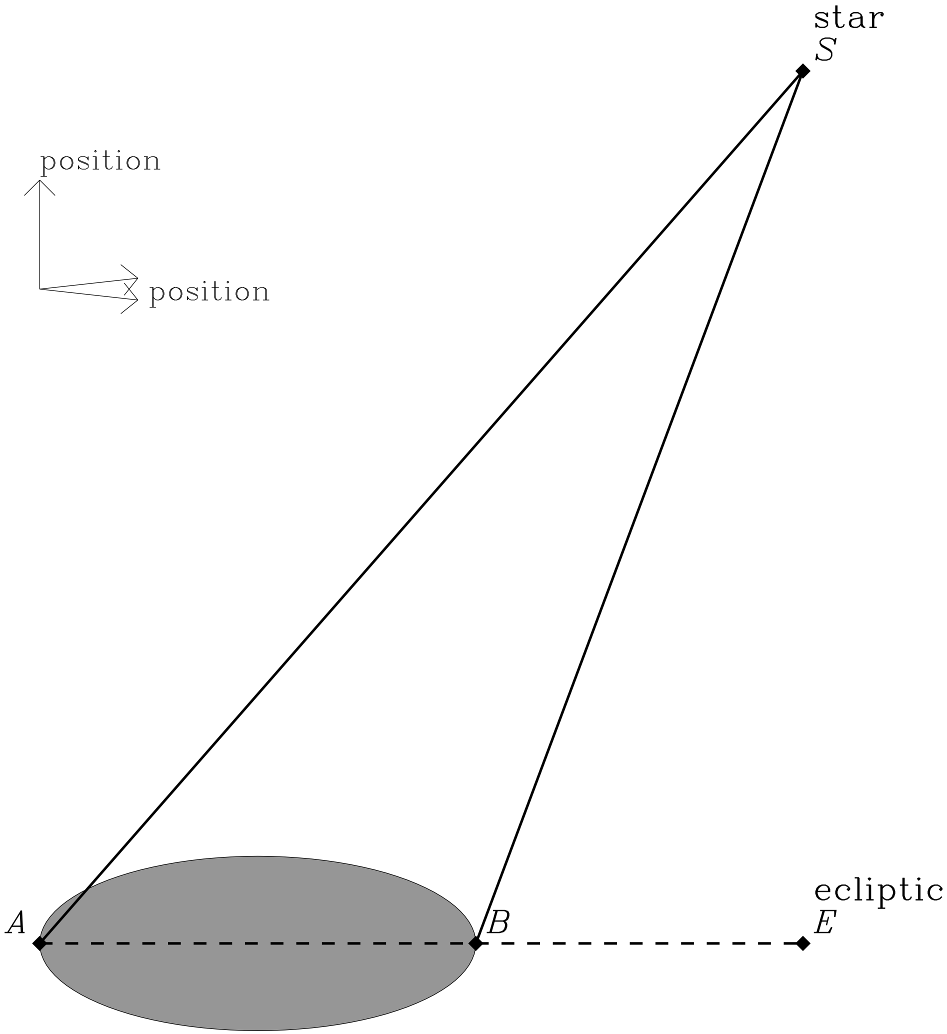
8. Expandierende Strukturen

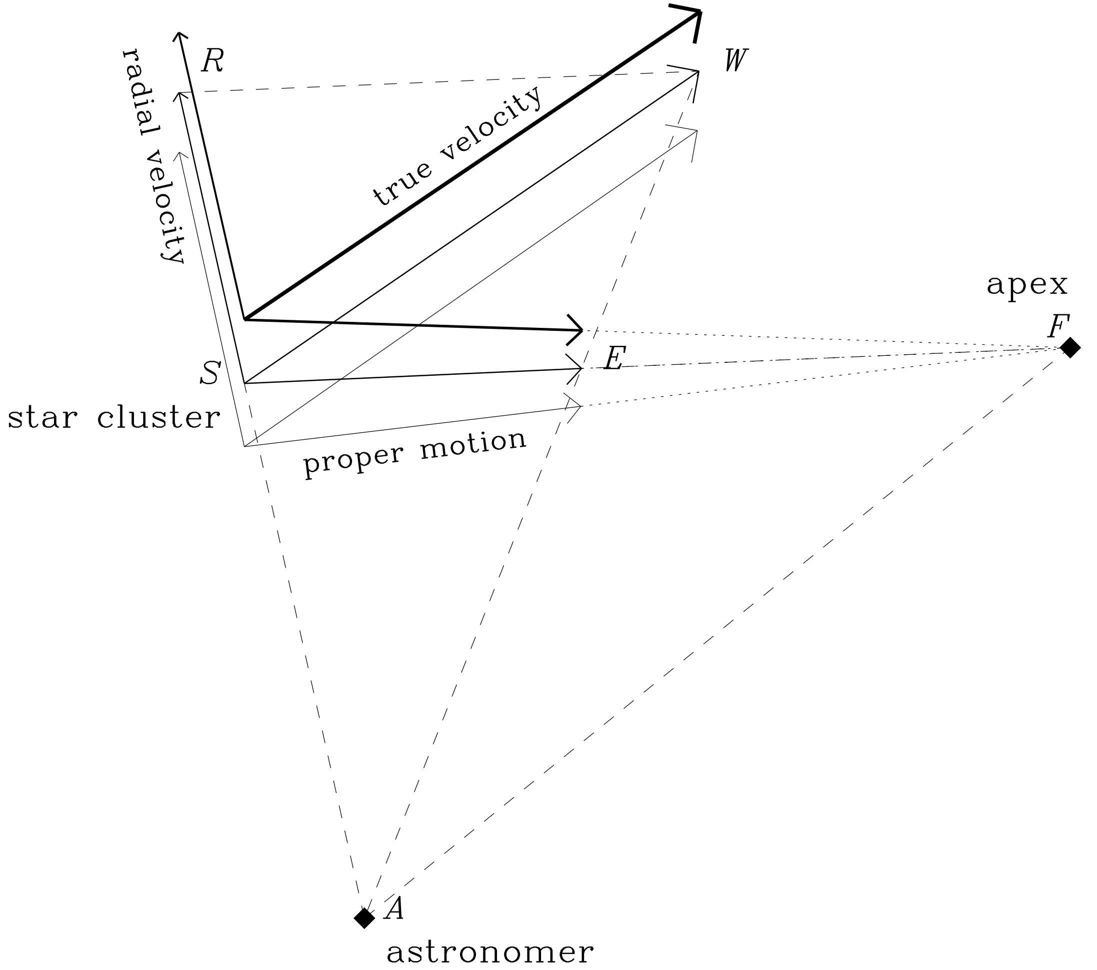
9.-12. Horizonte

13. Die Hubble-Relation

Die geometrischen Grundlagen der Entfernungsdefinition im Universum

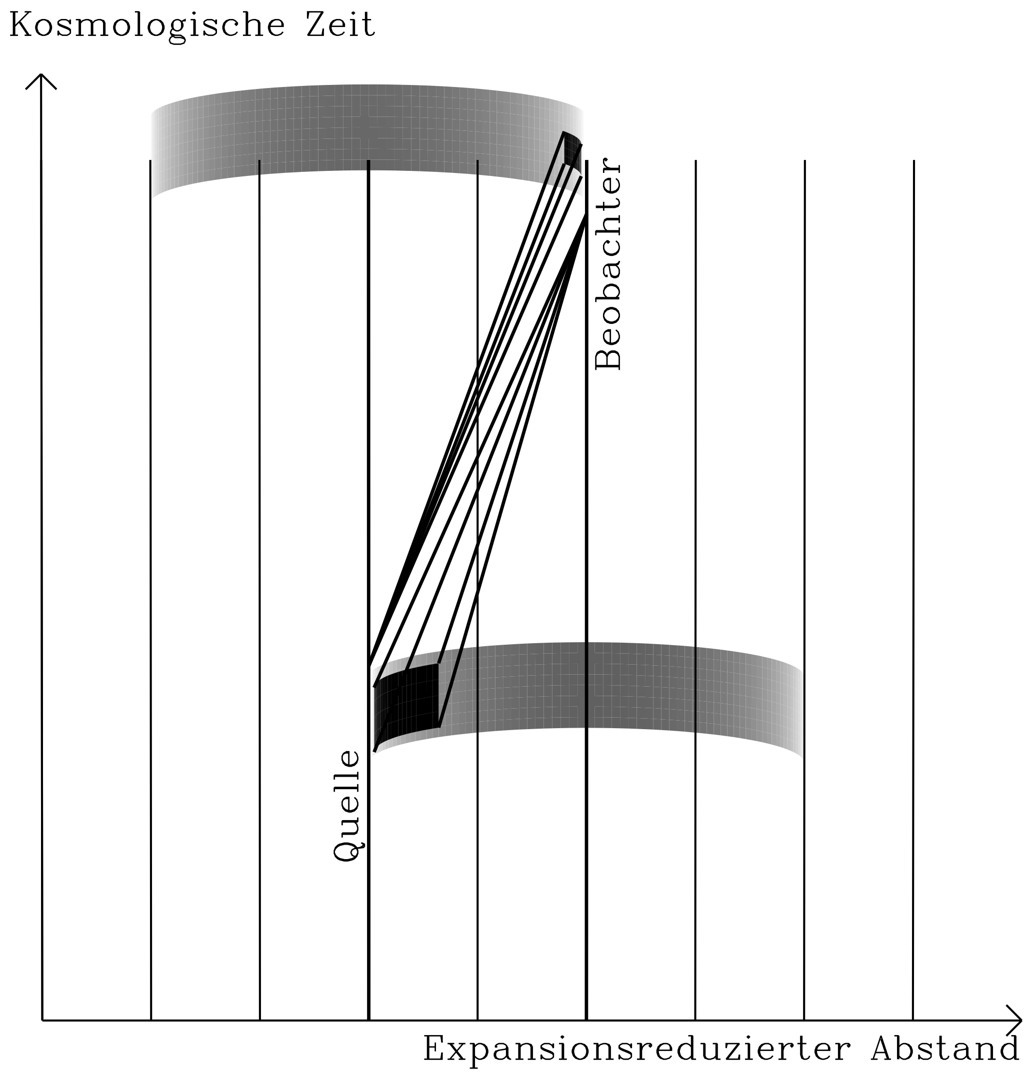
1. Es gibt zwei Gruppen von Triangulationen: der Bezug auf eine Basis am Ort des Messenden (Vorwärtseinschneiden) und der Bezug auf eine Basis am zu bestimmenden Ort (Rückwärtseinschneiden). Bei absoluten Entfernungsbestimmungen ist die Kenntnis der wirklichen Größe des Basen nötig, bei relativen Entfernungsbestimmungen nur ihre prinzipielle Unveränderlichkeit.
2. Grundverfahren der ersten Gruppe ist die trigonometrische Paralaxe. Wir errechnen einen Winkel, der die scheinbare Größe der Basis am zu bestimmenden Ort darstellt.
   (a) trigonometrische Parallaxe
   (b) Bestimmung der scheinbaren Helligkeit bei bekannter absoluter Helligkeit (Cepheiden, Supernovae, Tully-Fischer)
3. Grundverfahren der zweiten Gruppe ist die Sternstromparallaxe. Wir messen am Beobachtungsort die scheinbare Größe einer entfernten Basis bekannter Ausdehnung.
   (a) Sternstromparallaxe, Statistische Parallaxe
   (b) Helligkeitsfluktuationen
   (c) Kellermanns kompakte Radioquellen
   (d) Strukturen der Anisotropie der Hintergrundstrahlung


star
S
position
position
A
B
ecliptic
E


R
W
radial velocity
true velocity
apex
F
S
E
star cluster
proper motion
A
astronomer

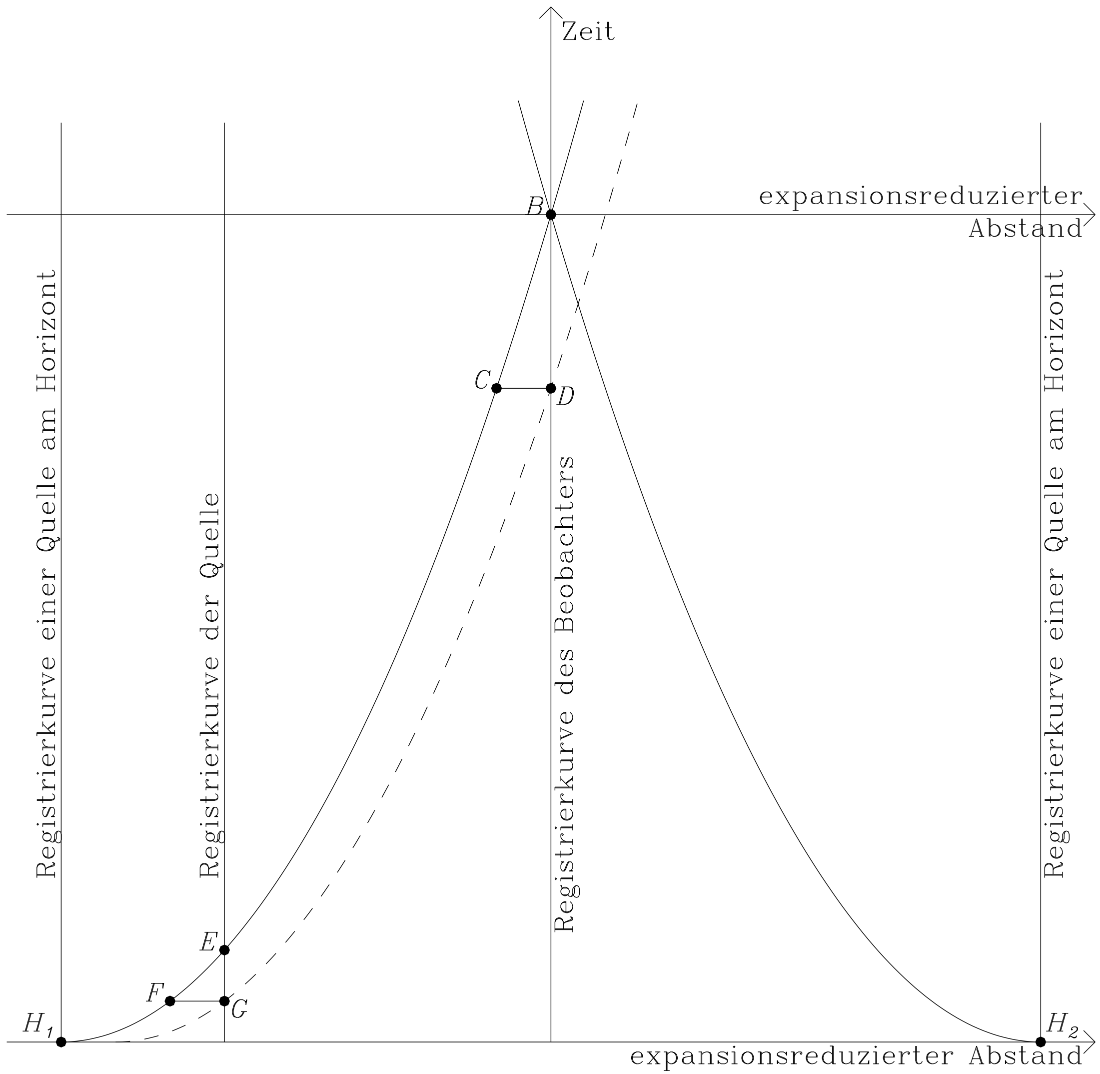
4. **Durch die Expansion des Universums unterscheiden sich beide Verfahren. Das erste vergleicht die Größe der Basis am Ort des Beobachters mit der einer Kugel um den Quellpunkt durch den Beobachtungspunkt. Deren Radius ist $a[t_{\mathrm{Beobachtung}}]\chi$. Das zweite vergleicht die Größe der Basis am Quellpunkt mit der einer Kugel um den Beobachtungspunkt durch den Quellpunkt. Deren Radius ist $a[t_{\mathrm{Emission}}]\chi$.**

   Es ist immer von einem dreidimensionalen Abstand die Rede, der nur deshalb definiert ist, weil die homogene Expansion der Materie die eindeutige eine kosmologische Gleichzeitigkeit bestimmt, auf die wir uns beziehen können. Der vierdimensionale (invariante) Abstand zwischen Beobachter und Quelle ist immer Null, schließlich ist die Verbindungslinie eine Nullgeodäte!



5. **Bei der Beurteilung der Helligkeit einer Quelle müssen sowohl die Verringerung der Photonenfrequenz als auch die Verringerung der Photonenrate einbezogen werden. Die Intensität I einer Quelle der Leistung L im expansionsreduzierten Abstand χ ist**

$$\boldsymbol{I = \frac{L}{4\pi r^2[\chi]a^2[t_{\mathrm{Beobachtung}}]}\,\frac{1}{(1+z)^2}}\,,$$



5. **Bei der Beurteilung der Helligkeit einer Quelle müssen sowohl die Verringerung der Photonenfrequenz als auch die Verringerung der Photonenrate einbezogen werden. Die Intensität I einer Quelle der Leistung L im expansionsreduzierten Abstand χ ist**

$$I = \frac{L}{4\pi r^2[\chi]a^2[t_{\mathrm{Beobachtung}}]}\,\frac{1}{(1+z)^2}\,, \tag{1}$$

6. **Der scheinbare Raumwinkel ω einer Quelle des physikalischen Querschnitts F im expansionsreduzierten Abstand χ ist**

$$\omega = \frac{F}{4\pi r^2[\chi]a^2[t_{\mathrm{Emission}}]} = \frac{F(1+z)^2}{4\pi r^2[\chi]a^2[t_{\mathrm{Beobachtung}}]}\,. \tag{2}$$

7. **Die Flächenhelligkeit S einer Quelle fester Leistung und festen physikalischen Durchmessers hängt einfach von der Rotverschiebung ab**

$$S = I/\omega = \frac{1}{(1+z)^4}\,. \tag{3}$$

8. **Objekte bekannter oder fester mitbewegter Größe $\mathrm{d}\chi$ (Quasarabsorptionslinien durch Wolken oder andere Strukturen) gestatten die direkte Bestimmung der Expansionsrate über**

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\chi} \propto h[z]\,. \tag{4}$$

9. **Rotverschiebung z und expansionsreduzierter Abstand χ können sich gegenseitig ersetzen. Die Substitutionsregel hängt vom kosmologischen Modell ab:**

$$\mathrm{d}\chi = \frac{R_{H_0}}{a_0}\,\frac{\mathrm{d}z}{h[z]}\,, \tag{5}$$

$$h^2[z] = \frac{H^2}{H_0^2} = \lambda - \kappa(1+z)^2 + \Omega(1+z)^3 + \omega(1+z)^4 + \ldots \tag{6}$$

10. **In allen Modellen mit konventionellen Materiekomponenten, insbesondere Strahlung ($\omega > 0$), konvergiert $\chi[z]$ für große z. Das ist der (Sicht-)Horizont** $\chi_{\text{Sichthorizont}} = \lim\limits_{z\to\infty} \chi[z]$

11. **In allen Modellen mit positivem kosmologischem Term konvergiert $\chi[z]$ für kleine z. Das ist der Aktionshorizont** $\chi_{\text{Aktionshorizont}} = \lim\limits_{z\to 0} \chi[z]$

12. **Die Hubble-Relation für den Einstein-deSitter-Kosmos ($h^2 = (1+z)^3$) ist**

$$1 + z = \left(1 - \frac{a_0 H_0}{2c}\chi\right)^{-2} \tag{7}$$

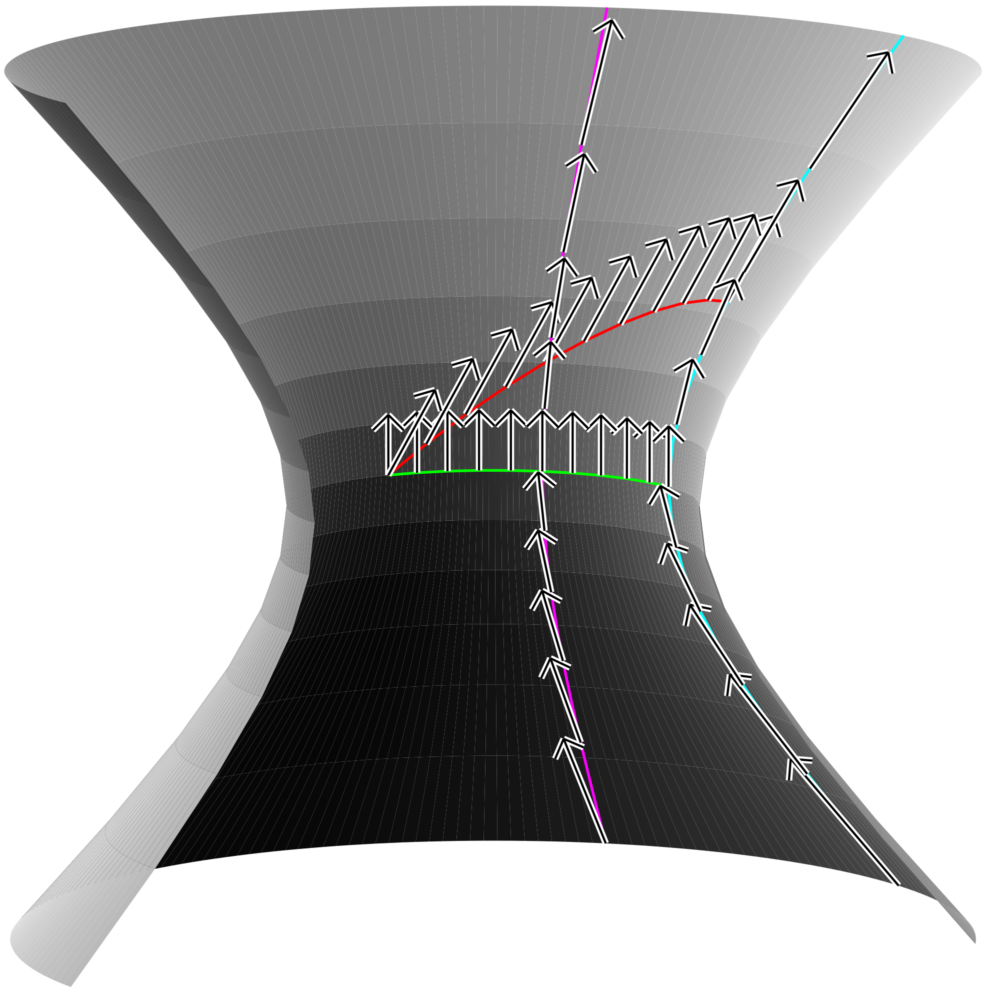
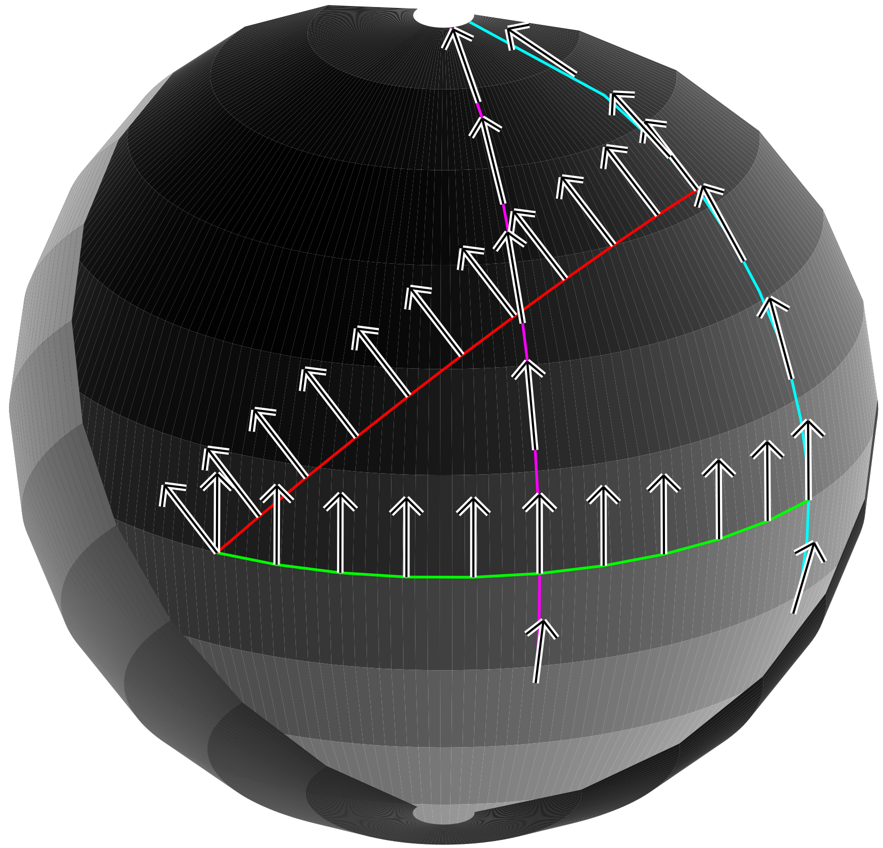
13. Die Substitution einer Relativgeschwindigkeit v für die Rotverschiebung z ist überflüssig, aber beliebt und historisch vergoldet. Was aber ist Relativgeschwindigkeit?

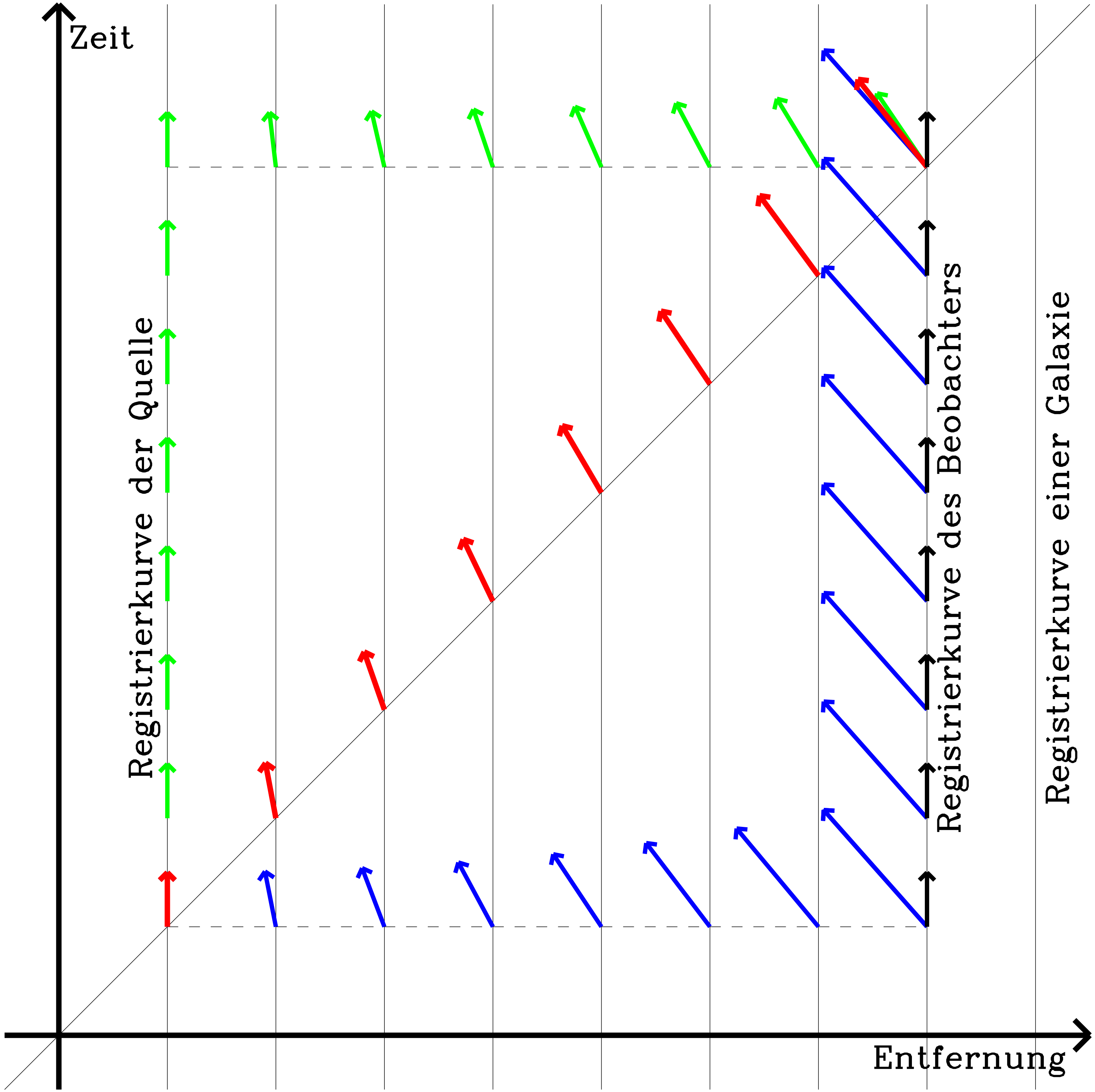
(a) Wird der Abstand naiv über $D = \chi\, a[t_{\text{Beobachtung}}]$ definiert, finden wir $v = a_0 H_0 \chi$. Dies impliziert für den Einstein-deSitter-Kosmos $1 + z = (1 - v/(2c))^{-2}$ und die Verführung zur Frage, ob nun nicht $v > c$ für $\chi > R_{H_0}/a_0$ der Relativitätstheorie widerspricht.

(b) Wird der Abstand über die (beobachtungsseitig unzugängliche) Lichtlaufzeit ($D = ct_{\text{Beob.}} - ct_{\text{Emission}}$) definiert, so ist generell $v/c = 1 - (1+z)^{-1}$ und damit

$$1 + z = \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}\,. \tag{8}$$

(c) Zwei Geschwindigkeiten an verschiedenen Ereignissen einer gekrümmten Welt können nur über Paralleltransport verglichen werden. Der aber ist vom Wege abhängig, weil die Welt gekrümmt ist.


Zeit
Entfernung
Registrierkurve der Quelle
Registrierkurve des Beobachters
Registrierkurve einer Galaxie

13. **Die Substitution einer Relativgeschwindigkeit v für die Rotverschiebung z ist überflüssig, aber beliebt und historisch vergoldet. Was aber ist Relativgeschwindigkeit?**

   (c) **Zwei Geschwindigkeiten an verschiedenen Ereignissen einer gekrümmten Welt können nicht ohne Weiteres verglichen werden. Zuerst muss ein Paralleltransport an einen gemeinsamen Ort ausgeführt werden. Erst an diesem gemeinsamen Ort kann verglichen werden. In einer gekrümmten Welt ist das Ergebnis eines Paralleltransports vom Wege abhängig. Diese Abhängigkeit definiert gerade die Krümmung. Erst wenn der (vierdimensionale) Geschwindigkeitsvektor der Quelle längs der Weltlinie des Photons parallel zum Beobachter verschoben wird, so ergibt sich eine Relativgeschwindigkeit entsprechend der richtigen Formel**

$$1 + z = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}\,. \tag{9}$$

   (d) **Die Relativgeschwindigkeit eines expansionsfesten Ortes am Horizont ist c. Welche Relativgeschwindigkeit haben die Galaxien jenseits des Horizonts? Bei Parallelverschiebung bleibt die Norm eines Vektors erhalten. Ein zeitartiger Vektor bleibt immer zeitartig. Es gibt also keine Relativgeschwindigkeiten größer c. Der Horizont wird gerade zum Anfangszeitpunkt der Welt erreicht. *Vor* diesem Zeitpunkt gab es keine Zeit und keine Geschwindigkeiten. *Nach* diesem Zeitpunkt sind alle Relativgeschwindigkeiten kleiner c.**