

Von den Keplerschen Gesetzen zu den Newtonschen Axiomen

Dierck-E.Liebscher, Potsdam

Einleitung

Die Keplerschen Gesetze der Planetenbewegung und die Newtonschen Axiome der Mechanik kann man in jedem besseren Physikbuch (zumindest der gymnasialen Oberstufe) lesen. Es ist aber dort im allgemeinen kein Platz und im Unterricht auch keine Zeit, um an diesen die Widersprüche in der Forschung, genauer den Zusammenhang von Erfahrung, Vorurteil, Geistesblitz und Beobachtung elementar darzustellen. Das ist zu bedauern, denn diese Gelegenheit kommt erst bei der Einführung in die Relativitätstheorie wieder, und jene wird regelmäßig durch das Vorurteil, sie sei besonders schwierig, verdeckt. Deshalb soll dieser Zusammenhang hier genauer dargestellt werden, wenn auch in platzbedingter Unvollständigkeit und mit der Bewertung aus heutiger Sicht, die immer etwas altklug daherkommt. Eine ausführliche und inspirierende Ideengeschichte findet man bei J.B.Barbour [1].

Vorausberechnung

Die Menschheit hat Wissenschaft am Himmel gelernt. Im Gegensatz zur irdischen Erfahrung chaotischer Geschichte herrscht hier eine gewisse Ordnung. Speziell die gleichförmige Drehung des Fixsterngewölbes und der Lauf der Planeten vor dem Hintergrund der Fixsterne gestattet Vorhersagen von geradezu wunderbarer Langfristigkeit, besonders wenn man dabei an die beschränkten Möglichkeiten denkt, persönliche, familiäre, politische oder ökonomische Entwicklungen vorherzusagen.

Ob es Legende ist oder nicht, die Thales zugeschriebene Vorhersage der Sonnenfinsternis am 28. Mai des Jahres 585 v. Chr. [2], vermutlich nach dem Saroszyklus von 18 Jahren, 11 Tagen, 7 Stunden 36 Minuten und 2,45 Sekunden beleuchtet eine Regelmäßigkeit, die nach einer Erklärung ver-

langt, die in der Regelmäßigkeit der Planetenbewegung allgemein liegen muss.

Die Planeten (Mond, Merkur, Venus, Sonne, Mars, Jupiter und Saturn) laufen vor dem Fixsternhimmel wie Uhrzeiger von West nach Ost, aber nur Sonne und Mond laufen so gut wie gleichförmig. Die anderen fünf unterbrechen ihre Bewegung mit regelmäßig wiederkehrenden Zeiten der Rückläufigkeit.

Zirkel und Lineal, die effektivsten Rechenhilfsmittel bis zur Erfindung der Logarithmen, erzwangen die Darstellung der Planetenbewegung als zusammengesetzte Kreisbewegungen. Auf einen mehr oder weniger gleichförmig durchlaufenen Kreis um die Erde wurde ein wiederum gleichförmig durchlaufener Kreis (Epizykel) gesetzt, der die Rückläufigkeit beschrieb. Die kleinen Schwankungen der Winkelgeschwindigkeit im Laufe eines Planetenjahres wurden durch eine exzentrische Führung der Kreisbewegung dargestellt. Jeder Planet hatte als Grundausrüstung seinen Kreis, seine exzentrische Führung und einen Epizykel, der die Rückläufigkeit beschrieb.

Eins ist dabei sofort aufgefallen: Die Rückläufigkeit aller Planeten hat eine Gemeinsamkeit: Sie wird immer dann beobachtet, wenn der jeweilige Planet (zunächst Mars, Jupiter und Saturn) in Opposition zur Sonne steht (Abb. 1, [3]). Es gibt nun eine Hypothese, nach der das kein Zufall ist, die diese Gemeinsamkeit zwanglos erklärt: Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn und auch die Erde bewegen sich in gleichem Drehsinn um die Sonne, und die Rückläufigkeit entsteht, wenn die Erde Mars, Jupiter und Saturn innen überholt bzw. von Merkur und Venus innen überholt wird. Wir nennen diese Hypothese *heliocentrisches System* und verbinden sie mit den Namen *Aristarch* und *Copernicus*.

Ginge es nur um die Rückläufigkeit **eines** Planeten, wäre das heliocentrische System nur eine Hypothese, aber noch kei-

ne Theorie. Die Hypothese erklärt jedoch im gleichen Zuge auch die Rückläufigkeit der anderen Planeten, und damit hat sie schon die Grundeigenschaft einer Theorie, nämlich die Eigenschaft, **verschiedene** Beobachtungen als logische Folge einer **gemeinsamen** Wurzel zu beschreiben. Sie hat auch noch eine andere: sie eröffnet neue Messmethoden. Im heliozentrischen System ist die Enge der Schleife, die der Planet durch seine Rückläufigkeit vor dem Fixsternhimmel zieht (Abb. 2), ein Maß für seine Entfernung, und so konnte schon vor über zweitausend Jahren Entfernungen der Planeten im Vergleich zur Entfernung der Sonne angegeben werden.

Wissen und Wissenschaft verfielen mit den politischen Sitten, die Theorie geriet in Vergessenheit, welche Gründe man dafür auch heranzieht [4]. Ohnehin mussten immer geozentrische Positionen vorausgesagt werden, und dazu reichten die Formeln des Ptolemaios aus. Das geozentrische Modell hat jedoch die Ehrenzeichen einer Theorie nie erreichen können, es war eine Interpretation der Formeln und nicht ihre Begründung.

Das 15. Jahrhundert hatte mit der Flucht vor der Erstürmung Konstantinopels durch die Armee Mahmuds II. (29.5.1453) auch einen Teil der antiken Bücher wieder ans Tageslicht gebracht, die bisher bestenfalls durch Abschriften mit all ihren Lese- und Verständnisfehlern bekannt waren, und sie fanden nun ein Klima, in dem sie verstanden und nachkonstruiert werden sollten. Brunelleschi fand die Gesetze der Perspektive (die Ellipse begann, Malerei und Architektur zu durchdringen), Regiomontan popularisierte die trigonometrischen Funktionen, die vergessene Wissenschaft der griechischen Antike wurde wieder zugänglich und ermöglichte die Renaissance. Die Astronomie wurde für die einsetzende Seefahrt über die Ozeane wieder außerordentlich wichtig.

Copernicus (1473–1543) wollte das von Ptolemaios bekannte Modell der scheinbaren Planetenbewegung verbessern. Verbesserung hieß für ihn Rückkehr zur reinen Beschreibung mit gleichförmigen Kreisbe-

wegungen. Der Vorzug der Kreisbewegungen war natürlich ein Vorurteil, aber es war gestützt durch die Erfahrung, dass Kreis und Kreisbewegung bis auf kleine Schönheitsfehler die scheinbare Planetenbewegung erfolgreich beschreiben konnten. Um diese Schönheitsfehler ging es Copernicus. Er hoffte, sie verschwänden, wenn es ihm gelänge, auch die Exzenterkonstruktion der jahreszeitlichen Schwankungen durch eine überlagerte zusätzliche Kreisbewegung zu ersetzen. Deshalb vereinfachte er die Rechnung, indem er den für die Rückläufigkeit verantwortlichen Epizyklus im heliozentrischen Ansatz versteckte. Genau genommen, war es gar kein heliozentrischer Ansatz, vielmehr blieb die Sonne wegen der in Wirklichkeit leicht exzentrischen Erdbahn neben dem Zentrum des Modells und blieb auch in Bewegung. Auch Copernicus war sich vermutlich der Tatsache bewusst, dass ohne seine Ersatzkonstruktion für die Exzenterführung der geozentrische und der heliozentrische Standpunkt — bis auf die Erklärung der Rückläufigkeit — äquivalent sind. Zur Copernicus' Enttäuschung entstand mit seiner Konstruktion immer noch keine Verbesserung der berechneten Positionen. Auch diese Enttäuschung spricht in seinem Widerstand gegen die Veröffentlichung seiner Arbeit. Vor allem jedoch war die vom ihm nun unterstellte Bewegung der Erde so gegen alle vieltausendjährige Erfahrung, dass von einer so ungeheuer großen Geschwindigkeit überhaupt nichts zu merken ist. Die Verwendung des heliozentrischen Standpunkts erhielt in der Folge eine politische Bedeutung, wie sie der Wissenschaft selten zufällt.

Warum gibt es 6 Planeten?

Copernicus hatte im Grunde keine neuen Beobachtungen. Es gab noch kein Teleskop und keine genügend genauen Uhren, um von dieser Seite zwischen Ptolemaios und Copernicus zu entscheiden. Erst mit der Arbeit Tycho Brahes wurden die Beobachtungen so genau und vor allem so dicht, dass auch Fehler kürzerer Periode in den Rechnungen deutlich wurden. Johannes Kepler

bemühte sich nun um eine Anstellung als Assistent bei T. Brahe, um dessen bereits berühmte Datensammlung kennenzulernen und nutzen zu können. Sein Projekt war aber nicht die Verbesserung der Planetenbahnen, sondern die Bestätigung nun wieder eines Vorurteils. Kepler glaubte, die Anzahl der Planeten (jetzt Satelliten der Sonne, also Merkur, Venus, Erde, Mars, Jupiter, Saturn) begründen zu können, indem er die Relationen ihrer Abstände von der Sonne als Eigenschaften der Platonischen Körper darstellte. Er hielt das Verhältnis der Bahnradien von Venus und Merkur für das Verhältnis der Radien von umschriebener und einbeschriebener Kugel am Oktaeder, zwischen Erde und Venus fand er das Ikosaeder, zwischen Mars und Erde das Dodekaeder, zwischen Jupiter und Mars das Tetraeder und schließlich zwischen Saturn und Jupiter den Würfel. Fünf Platonische Körper gibt es, also dann 6 Planeten (Abb. 3, [5]). Uns sollte das Programm nicht absurd erscheinen, schließlich ist man heute ganz analog bemüht, mit der Algebra von Operationen (die komplizierter als die Drehungen sind) zu verstehen, warum es die beobachteten Elementarteilchen gibt, und andere wieder nicht beobachtet werden — die letzteren sind bei weitem in der Mehrzahl.

Im Jahre 1600 wurde Kepler in Prag Assistent von Brahe und sah an Hand der Daten sofort, dass sein Projekt so einfach nicht zu stützen war. Nach heutiger Bewertung hatte Kepler nun drei Geistesblitze. Er fasste die scheinbaren Bewegungen der Planeten als Projektion wirklicher Bahnen auf und sah die Aufgabe, die Beobachtungen in eine Vermessung der wirklichen Bahnen umzurechnen. Dabei stiess er auf die Ellipse und siehe, der letzte Fehler von nicht mehr als 8 Bogenminuten verschwand. Er warf damit nicht nur Kopernikus' neuen Epizyklus hinaus, er restaurierte die exzentrische Führung der Planeten (Abb. 4), nun aber im anderen Brennpunkt, und nicht mit fester Winkelgeschwindigkeit, sondern mit gleichbleibender Flächen- geschwindigkeit. Schließlich sah er, dass die relativen Abstände der Planeten von der

Sonne in einer einfachen Relation zur Umlaufzeit standen. Und so kennen wir heute die drei Keplerschen Gesetze der Planetenbewegung:

1. Die Planeten bewegen sich auf Ellipsen (d.h. auch: ebenen Bahnen), deren einer Brennpunkt die Sonne ist.
2. Die Strecke Sonne-Planet überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.
3. Das Quadrat der Umlaufzeiten ist proportional dem Kubus der großen Halbachsen der Ellipsen.

Wir sollten die Bemerkung der ebenen Bahnen würdigen, weil bis zu Keplers Aufklärung die schwankende Abweichung der Planetenpositionen von der Ekliptik ein festes Hindernis des Verständnisses war. Mit dem zweiten Gesetz wurde die Planetenbewegung zum Etalon der Zeitbestimmung auf geometrischem Wege. Die Planeten werden nun endgültig zu den Zeigern einer Uhr, deren Zifferblatt der Fixsternhimmel ist. Bis zur Konstruktion genügend stabiler Atomuhren (1967) wurde das Zeitnormal über astronomische Beobachtungen ermittelt. Mit dem dritten Gesetz wird der Weg frei für Newtons Theorie der Schwerkraft.

Geradeaus

Wenn man die geeignete Vernachlässigung zu kleiner Beiträge beherrscht — das ist der Kern der von Leibniz und Newton begonnenen Differentialrechnung — kann man aus den geometrischen Eigenschaften der Ellipse und dem Keplerschen Flächensatz zwingend ableiten, dass die Geschwindigkeitsänderung auf der Bahn immer auf die Sonne zu gerichtet ist und um so kleiner wird, je größer der Abstand von der Sonne ist, in moderner Schreibweise also

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} \propto \frac{1}{r^2} \mathbf{n} . \quad (1)$$

Newton macht nun eine Kraft für diese Geschwindigkeitsänderung verantwortlich, die sich über den leeren Raum zwischen Planet und Sonne vermittelt. Die Kreisbewegung ist damit nicht mehr die natürliche: Es sind nicht mehr die Abweichungen von

der Kreisbewegung, die nach Erklärung verlangen, sondern die Abweichungen von der geradlinig gleichförmigen. Newton benutzt die Erkenntnis, dass nicht die Geschwindigkeit der Bewegung einer Ursache bedarf, sondern die Beschleunigung. Diese Erkenntnis verbinden wir heute mit dem Namen Galileis, obwohl sie eine lange Vorgeschichte hat. Schließlich widerspricht sie der alltäglichen Erfahrung, dass alle Bewegung einen permanenten Antrieb braucht, wenn sie nicht zum Erliegen kommen soll, und die Überwindung eines solchen Vorurteils kostet Zeit und Arbeit.

Newton setzt (wie vor ihm Galilei, Descartes und Huygens) voraus, dass sich die Geschwindigkeit nicht ändert, wenn kein äußerer Einfluss auf den Planeten wirkt. Das formuliert er in seinem ersten Axiom, der *Lex prima*, die heute meist in der Form: *Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Translation, sofern er nicht durch einwirkende Kräfte zur Änderung seines Zustands gezwungen wird.*

zitiert wird. Er bewegt sich folglich geradlinig gleichförmig. Heute fragen wir sofort: Was ist eine Gerade? Ein Lichtstrahl? Nicht ohne weiteres, denn wir beobachten Brechung und Reflexion. Ein Lineal? Das ist ein fester Körper, dessen Stabilität und Starre ja erst durch die Physik erklärt werden soll, die wir aufbauen wollen. In einem Axiom am Anfang der Physik dürfen wir nicht auf Dinge zurückgreifen, die wir erst erklären wollen. Geraden müssen definiert werden durch Eigenschaften, die keines besonderen Messgeräts bedürfen, durch Eigenschaften, die sie gegeneinander haben. Man kann hier verschieden vorgehen, aber immer geht es dabei um die Schnitteigenschaften. Eine Gerade ist Element einer Menge von Kurven, die sich alle höchstens einmal schneiden, und deren höchstens eine durch zwei verschiedene Punkte geht. Ob eine Kurve eine Gerade ist, entscheidet sich also nur über die Eigenschaften gleichartiger Kurven (Abb. 5, 6).

Newtons erstes Axiom heißt daher in moderner Form: Die Bewegung eines Objekts bestimmt eine Kurve durch Raum und Zeit (sie heißt *Weltlinie*), und die Welt-

linien unbeeinflusster Objekte sind Geraden (zwei unbeeinflusste Objekte können sich höchstens einmal treffen). Es ist dabei zunächst unerheblich, ob es solche Objekte überhaupt gibt. Das Axiom verlangt nur, dass man eine Ursache finde, wenn die Geradeneigenschaft nicht zutrifft. Ob und in welcher Form Einflussfreiheit real wenigstens in einem Grenzprozess erreicht werden kann, ist natürlich eine Frage, der man nachgehen muss [6]. Und was wird aus der täglichen Erfahrung, dass alle Bewegung, irgendwann zum Stillstand kommt? Eine Kraft wird nun benötigt, die das bewerkstelligt. Wir nennen sie ganz allgemein Reibung und können ihr Zustandekommen heute gut verstehen.

Fernwirkung

Die Planetenbewegung kommt nicht zum Erliegen, da gibt es keinen Widerstand. Dennoch muss es eine Kraft geben, die die Planeten auf ihren Bahnen um die Sonne hält. Newtons große Leistung war die richtige Fassung dieser Kraft, der Schwerkraft. Die Beschleunigung der Planeten in die Bahn um die Sonne nimmt umgekehrt proportional zum Quadrat der Entfernung ab und ist proportional der Größe der Quelle, deren Maß wir Masse nennen. Die Kraft K , die nach seinem zweiten Axiom die Ursache der Beschleunigung ist, und die nach seinem dritten Axiom symmetrisch sein muss, ist dann durch seine berühmte Formel

$$K \propto \frac{\text{Masse}_{\text{Planet}} \cdot \text{Masse}_{\text{Sonne}}}{\text{Abstand}^2} \quad (2)$$

darzustellen. Sie wirkt über den leeren Raum hinweg, gegen alle Erfahrung, dass man einen Wagen nur in Bewegung setzen kann, wenn man ihn wirklich anfasst. Kein mechanisches Modell hat diese Fernwirkung nachbauen können. Newton hat diese Bastelversuche verachtet und diese Hypothesen abgelehnt. Der Versuch der Schule von DesCartes, Wirbelbewegungen für die Planetenbahnen verantwortlich zu machen, blieb im Qualitativen stecken und scheiterte mit der Bestätigung der Abplattung der Erde. Man muss daraus die Leh-

re ziehen, dass eine erfolgreiche axiomatische Beschreibung von Phänomenen jenseits des Erfahrungsbereichs nicht durch Modelle aus dem bekannten Erfahrungsbereich *verstanden* werden muss und kann. Vielmehr ist die axiomatische Theorie selbst das Verständnis, nämlich das Verständnis für die Phänomene, die von ihr zusammenfassend beschrieben werden können. Erkenntnis wird nicht aus Erfahrung abgeleitet, sondern in der Erfahrung gesehen und danach erst unter Umständen geprüft, die über die Erfahrungsbereich hinausgehen. Und auch dann bleiben unwidersprochene Vorstellungen, wie wir noch sehen werden.

Mit der Kenntnis von Newtons Formel für die gravitative Anziehung gibt uns das dritte Keplersche Gesetz das Mittel, die Masse weit entfernter Himmelskörper an Hand der Bewegung derer Satelliten mit der Masse der Sonne zu vergleichen.

Kallisto sei uns ein Beispiel: Die Entfernung x_J des Jupiters von der Sonne beträgt 5.2 AE, seine Umlaufzeit t_J 11.86 Jahre. Die Masse der Sonne sei $m_S \propto x_J^3 t_J^{-2}$. Die Kallisto erreicht einen maximalen Winkelabstand $\alpha_K \approx 0.00023$ vom Jupiter, der Abstand ist dann $x_K = \alpha_K x_J = 0.0125$ AE. Die Umlaufzeit t_K der Kallisto ist etwa 16.7 Tage. Dann folgt aus dem dritten Keplerschen Gesetz

$$\frac{\text{Masse}_{\text{Jupiter}}}{\text{Masse}_{\text{Sonne}}} = \frac{x_K^3 t_J^2}{x_J^3 t_K^2} = 0.00095 \quad (3)$$

Wir wiegen so einen Stern mit der Bewegung seiner Begleiter, eine Galaxie mit der Bewegung ihrer Gaswolken und ihr Zentrum mit der Bewegung seiner unmittelbaren Umgebung. Halten wir am dritten Keplerschen Gesetz fest, schließen wir auf die transparente dunkle Materie und die zentralen Schwarzen Löcher.

Masse

Nach Zahl und Volumen ist das Gewicht das am einfachsten handhabbare Mengemaß. Es präzisiert zunächst das, was man mit dem ansonsten noch schwammigen Begriff Masse bezeichnen muss. Newton ver-

wendet die Masse an drei Stellen: Zuerst steht sie als Faktor zwischen Kraft und Beschleunigung. Je größer die Masse eines Körpers, um so schwerer fällt es, ihn in Bewegung zu setzen, zu beschleunigen. Nun fallen aber — das war schon Galileis Erkenntnis — im Schwerfeld alle Körper gleich. Deshalb taucht die Masse auch in der Formel (2) für die Kraft auf ($\text{Masse}_{\text{Planet}}$). Die von Newton unterstellte Symmetrie der Kraft verlangt dann, dass die Quellstärke der Kraft auch proportional der Masse ist.

Newtons spricht bereits im ersten Axiom von Kräften, obwohl wir heute da vorsichtiger sind, und deutlich machen, dass es auf dieser Stufe eben nur ganz schwammig von Einfluss gesprochen werden kann. Newton setzt dann im zweiten Axiom mit der Feststellung fort, dass es Kräfte sind, die die Bewegung verändern, muss aber in gleichem Atemzuge einen Proportionalitätsfaktor, die Masse, benutzen, so dass das zweite Axiom gleich zwei neue Begriffe bestimmt, die sich gegenseitig zu bedingen scheinen. Es ist Huygens' Verdienst, die Vorgänge aufgeklärt zu haben, die am Anfang ohne genaue Kenntnis von Kräften und Wechselwirkungen untersucht werden können: die Stöße.

Wenn gleiche Körper mehr oder weniger elastisch aufeinander stoßen, so ändert sich ihre Bewegung, aber die Summe der Geschwindigkeiten bleibt unverändert. Man beobachtet das am einfachsten beim Curling. Sind die Körper verschieden, geht diese Bilanz der Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoß nicht mehr auf. Im Extremfall der Spiegelung an einem festen Spiegel wechselt die Geschwindigkeit ihr Vorzeichen. Die Geschwindigkeiten müssen gewichtet werden, ihr Gewicht ist die Masse (wir nennen sie heute genauer *träge Masse*), und die gewichtete Geschwindigkeit nennen wir Impuls. Der Wert der Masse wird — ohne Zuhilfenahme irgendwelcher Kräfte — aus den Bewegungen vor und nach dem Stoß bestimmt (Abb. 7, 8; [7]). Jetzt haben wir eine Bilanz der Impulse. Diese Bilanz ermöglicht es, kompliziert gebaute Körper wie Massenpunkte zu

behandeln, wenn es um die Gesamtbewegung geht: Ohne äußeren Einfluss bleibt der Impuls erhalten. Die zur Darstellung des Zusammenhangs benutzen Orts-Zeit-Diagramme (Registrierstreifen) sind hier nicht nur Illustration, sondern richtige geometrische Beweisaneleitung [8].

Jetzt erst, wenn wir als Maß eines äußeren Einflusses die Impulsänderung nehmen, wird das zweite Axiom zur Definition der Kraft, aber nicht nur das, sondern auch zur Aufgabe, das Gesetz zu finden, mit dem diese Kraft zu beschreiben ist, damit man umgekehrt aus diesem Gesetz die Bewegung erschließen kann, so wie Newton zeigen konnte, dass aus seinem Kraftgesetz die Keplerschen Gesetze der Planetenbewegung hergeleitet werden können.

Mehr noch, Newtons drittes Axiom (Kraft gleich Gegenkraft) wird zu einem Spezialfall des Impulserhaltungssatzes, wenn nämlich die Wechselwirkung sich immer nur aus Wechselwirkungen zwischen zwei Körpern zusammensetzt. Wir können uns aber Wechselwirkungen vorstellen, die die Anwesenheit von mehr als zwei Körpern erfordern.

Zwei Bemerkungen sind angebracht. Zur ersten: In der Gleichung für die Bewegung eines Planeten im Feld der Sonne,

$$\frac{d}{dt}(mv) = -G \frac{mM}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (4)$$

hat die Masse drei verschiedene Funktionen, die gelegentlich mit träger Masse (Gewicht der Geschwindigkeit), passiver schwerer Masse (Ladung im Schwerfeld) und aktiver träger Masse (Quellstärke des Schwerfeldes) bezeichnet werden. Bis auf Störungen fallen alle Körper erfahrungsgemäß gleich schnell, also ist die träge Masse proportional der passiven schweren Masse, damit beide gekürzt werden können. Setzt man das als Axiom, spricht man vom Äquivalenzprinzip für die beiden (dieses Prinzip führt in der Relativitätstheorie zur Darstellung des Schwerfeldes als Krümmung von Raum und Zeit). Der Impulserhaltungssatz erwartet nun die Gültigkeit des dritten Newtonschen Axioms, nach

dem nun auch aktive und passive schwere Masse proportional sind. Es gibt Experimente, die trotz einer Empfindlichkeit feiner als 10^{-12} keine Abweichung von der Äquivalenz träger und schwerer Masse finden, so wie auch bei einer Empfindlichkeit feiner als 10^{-6} keine Abweichung von der Proportionalität der passiven und aktiven schweren Masse gefunden wird. Die Angabe der Massen in gleichen Einheiten mit gleichen Werten ist dadurch sehr gut gestützt.

Zur zweiten: Die träge Masse könnte anisotrop sein, d.h., die Gewichte der Geschwindigkeit könnten in verschiedene Richtungen verschieden sein. Impuls und Geschwindigkeit wären dann nicht immer parallel. Eine symmetrische Impulsverteilung entspräche dann einer nicht mehr symmetrischen Geschwindigkeitsverteilung. Doch woran die Symmetrie messen? Da kommen nur andere Phänomene in Frage, etwa die Ausbreitung des Lichts um eine sehr kleine Lichtquelle. Da kann man vergleichen und eventuell Anisotropie feststellen. Es gibt jedoch Experimente, die trotz einer Empfindlichkeit feiner als 10^{-23} keine Anisotropie finden. Die relative Isotropie der Massen und Wellenausbreitungen sorgt am Ende dafür, dass ein Lineal ein ganz gutes Gerät zur Längenmessung wird und sich feste Körper ohne Verformung im Raum bewegen können.

Kraftfeld

Wo sich auch immer ein Körper im Planetensystem befindet, er wird die Schwerkraft entsprechend (2) finden. Wir sprechen von einem Feld, so als würde es den Raum erfüllen. Das ist aber bislang nur eine gedankliche Konstruktion. Der Raum ist leer, in die Impulsbilanz gehen nur die Objekte selbst, nicht das Feld ein. Geschwindigkeiten sind niemals Geschwindigkeiten gegen den Raum, sie sind nur als Geschwindigkeiten relativ zu anderen Objekten bestimmt. In Galileis berühmtem Dialog wird festgestellt: Wenn man in einem Raum unter Deck auf den Blick nach außen verzichtet und nur Versuche aller Art im Innern macht, kann man nicht feststellen, ob

das Schiff noch vor Anker liegt oder bereits segelt. Galilei hat dieses Relativitätsprinzip nun nicht etwa auf die Mechanik beschränkt, wie oft zu lesen ist, seine Beobachtungen unter Deck schließen sogar biologische Vorgänge mit ein. Nur die vertikale Komponente der Geschwindigkeit hat er nicht explizit behandelt. Für Huygens war auch das keine Frage mehr.

Huygens hat nun aber gesehen, dass die Relativität der Bewegung ein Gesetz der Zusammensetzung der Geschwindigkeiten einschließt, das er als Addition ansetzt. Das finden wir heute sehr natürlich. Fährt eine Zivilstreife auf der Autobahn mit 80 km/h und misst ein überholendes Fahrzeug mit 50 km/h, dann zählt sie 80 und 50 zusammen, und 130 sind zu schnell für die Baustelle. Einstein hat 1905 gesehen, dass man eine Zusammensetzung finden muss, bei der Lichtgeschwindigkeit Lichtgeschwindigkeit bleibt, unabhängig von der Geschwindigkeit, mit der sie zusammengesetzt wird. Eine solche Zusammensetzung heißt Einsteinsches Additionstheorem der Geschwindigkeiten. Für unsere Diskussion ist der wichtigste Punkt, dass die Gleichzeitigkeit voneinander entfernter Ereignisse nicht mehr eindeutig feststellbar ist. Dieser Schluss wird oft mit einem Lichtsignal in einem fahrenden Zug dargestellt (Abb. 9, Applet [7]).

Uns muss nun auffallen, dass der Impulssatz nicht erfüllt sein kann, wenn nur die Impulse der einzelnen Körper zusammengezählt werden. Schließlich verändern diese im Laufe der Zeit ihre Werte und die Summe muss sich ändern, wenn gleichzeitige Bewertung nicht mehr eindeutig ist, sondern vom Bewegungszustand des Beurteilenden abhängt. Ist die Gleichzeitigkeit eine relative Sache, kann der Impulssatzes nur gültig sein, wenn auch die Felder, welche die Wechselwirkung vermitteln, zur Impulsbilanz beitragen. Der leere Raum ist in diesem Sinne nicht mehr so leer, wie er in der Newtonschen Mechanik, welche die Huygenssche Addition benutzt, sein muss. Wir können auch nicht den *leeren* Zustand als Verschwinden der Feldstärken ansehen, nachdem wir in der Quantenme-

chanik gelernt haben, dass es auch dann noch Feldstärke gibt, wenn sie nichts mehr in Bewegung setzen kann. Das führt zur Frage des *Gewichts des Vakuums*, die aber über den Rahmen dieser Darstellung hinausgeht [9].

Erfahrung, Vorurteil, Geistesblitz

Wenn man Gründe für Strukturen und Abläufe sucht, um sie mit Vertrauen benutzen zu können, stützen wir uns auf bewusste und unbewusste Erfahrung, die aber zunächst nichts Anderes als ein Vorurteil bereitstellt. Ohne den Geistesblitz, der zumindest einen Teil der Erfahrung in Frage stellt und neu bewertet, sieht man keine neuen Zusammenhänge. Sind sie aber gefunden, muss alle bisherige Erfahrung neu bewertet und neue Erfahrung gesucht werden. Jedoch: Auch wenn wir nur Erfolge bei der Anwendung der neuen Hypothesen finden, auch wenn sich die Hypothesen durch logische Konsistenz und axiomatische Reduzierbarkeit in eine Theorie wandeln, sind neue Erfahrungen nur Stütze, nicht Beweis. Diese Lage wiederholt sich, wenn neue Strukturen und Abläufe ins Gesichtsfeld geraten.

Literatur

- [1] *Barbour, J.B.*: The discovery of dynamics, Oxford University Press 2001.
- [2] http://de.wikipedia.org/wiki/Sonnenfinsternis_585_v.Chr.
- [3] Applet unter <http://www.aip.de/~lie/Sky.html>
- [4] *Russo, L.*: La rivoluzione dimenticata (Feltrinelli, Milano 1996), deutsche Übersetzung: Die vergessene Revolution oder die Wiedergeburt des antiken Wissens (Springer, Berlin, Heidelberg, New York 2005)
- [5] *Kepler, J.* Mysterium cosmographicum
- [6] *Pfister, H.* Newton's first law revisited, Found.Phys.Letters 17 (2004), S. 49–64.

- [7] Applet unter <http://www.aip.de/~lie/Srt.html> Leipzig 1999.
- [8] *Liebscher, D.-E.*: Einsteins Relativitätstheorie und die Geometrien der Ebene, B.G.Teubner, Stuttgart und
- [9] *Liebscher, D.-E.*: Wieviel wiegt das Vakuum?
[www.aip.de/~lie/
Publikationen/Vakuum.530.html](http://www.aip.de/~lie/Publikationen/Vakuum.530.html)

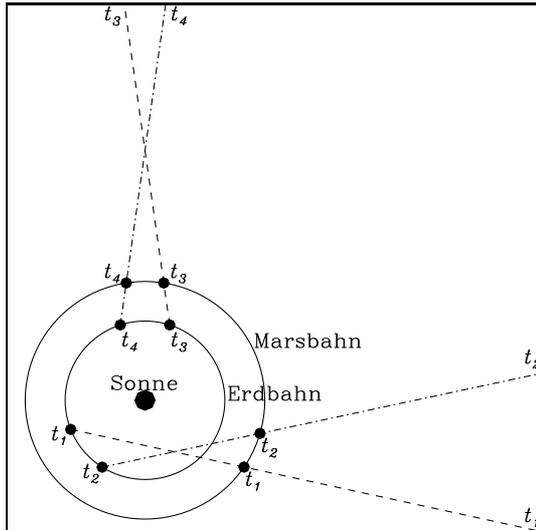


Abbildung 1: Rückläufigkeit des Mars nur in Opposition
 Der scheinbare Lauf des Mars ist im Großen rechtläufig wie der der Sonne (in der Zeichnung etwa zwischen t_1 und t_2). In Opposition wird der Mars innen von der Erde überholt, so dass er zurückbleibt und scheinbar rückläufig wird (in der Zeichnung etwa zwischen t_3 und t_4). Rückläufigkeit ist nur bei Opposition möglich.

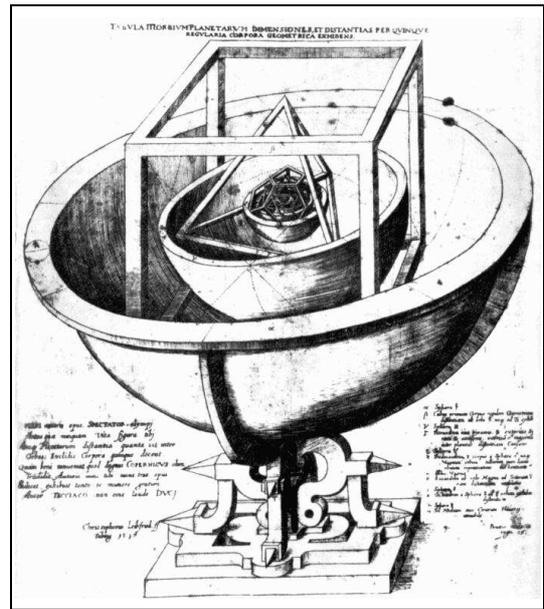


Abbildung 3: Keplers berühmte Darstellung der Verhältnisse der Bahnradien

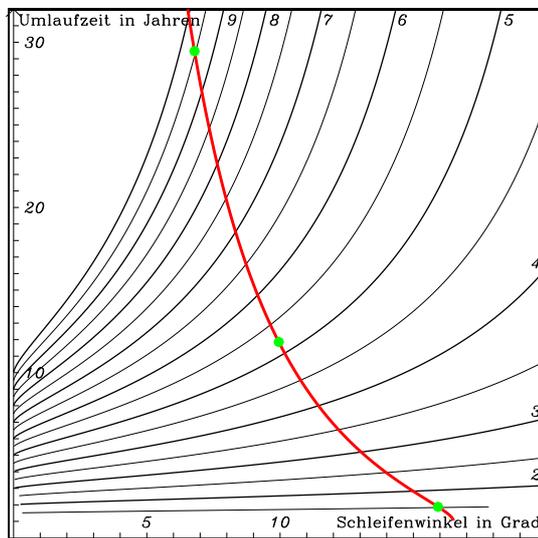


Abbildung 2: Abstand aus Umlaufzeit und Rückläufigkeitsschleife
 Angegeben ist der Bahnradius ϱ eines äußeren Planeten (in Astronomischen Einheiten) in Abhängigkeit von der Umlaufzeit τ (in Jahren) und Winkelmasse der Schleife (in Grad), die er während der Rückläufigkeit zieht. Der gesonderten Kurve entspricht das dritte Keplersche Gesetz ($\varrho^3 = \tau^2$)

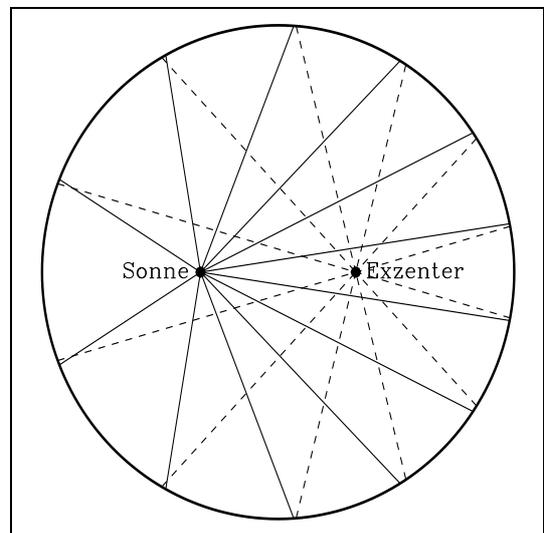


Abbildung 4: Führung der Planeten nach Hipparch und Kepler
 Zur Darstellung der ungleichmäßigen Bewegung der Sonne erfand Hipparch die exzentrische Führung mit fester Winkelgeschwindigkeit. Kepler ersetzte sie durch die Führung aus der Sonne mit fester Flächengeschwindigkeit. Die Differenzen sind selbst für eine Exzentrizität von 0.3 klein.

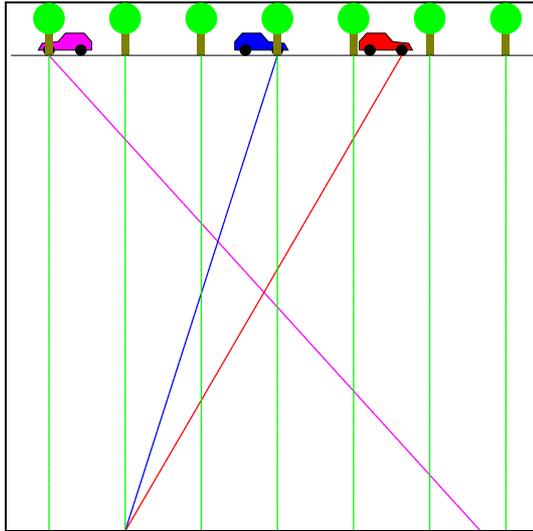


Abbildung 5: Geradlinig gleichförmige Bewegung auf dem Registrierstreifen. 1.
Wir verzichten der Anschaulichkeit halber auf zwei der drei Raumdimensionen und können so Raum und Zeit auf einem Registrierstreifen darstellen. Der Registrierstreifen wird über eine Schiene gezogen, auf der sich Objekte bewegen und die eine Spur hinterlassen. Wir haben dann eine Art Orts-Zeit-Diagramm vor uns.

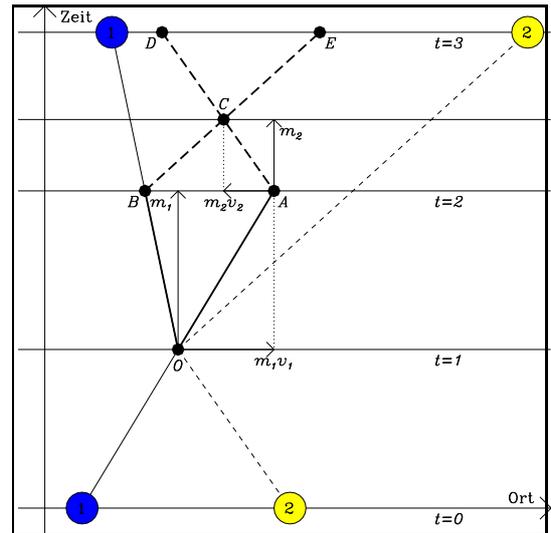


Abbildung 7: Zur Definition der Masse
Bei ungleichen Körpern ist die Summe der Geschwindigkeiten, wie man sie am Registrierstreifen abliest, nicht mehr konstant ($OA + AD \neq OB + BE$). Wenn man die Geschwindigkeiten aber geeignet wichtet, bleiben die Summe der gewichteten Geschwindigkeiten und die Summe der Gewichte selbst konstant ($OA + AC = OB + BC$). — Die Addition der Geschwindigkeiten auf dem Registrierstreifen unterschiebt ganz zwanglos, dass die Geschwindigkeit auch eine Zeitkomponente hat. Die ist zunächst ohne Belang, zeigt sich aber im Erhaltungssatz des Impulses, dessen Zeitkomponente nun die Masse ist. In der Relativitätstheorie zeigt die Zeitkomponente der Geschwindigkeit, wieviel Registrierzeit pro Objektzeit (Eigenzeit genannt) vergeht.

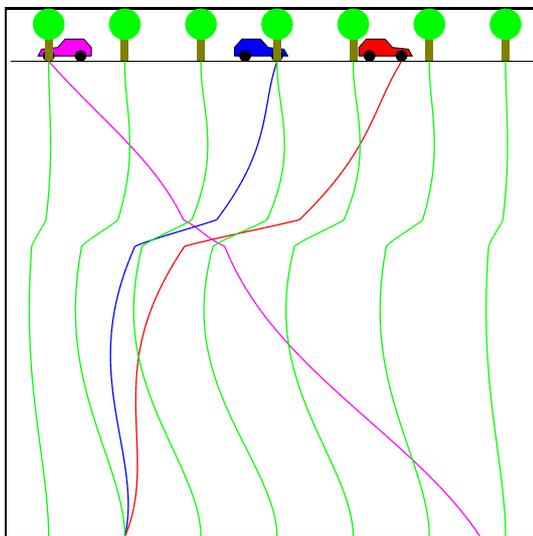


Abbildung 6: Geradlinig gleichförmige Bewegung auf dem Registrierstreifen. 2.
Auch wenn sich der Registrierstreifen verformt, wenn er nicht gleichförmig herausgezogen wird, wenn er sich irgendwie bewegt, ein Muster von geraden Spuren bleibt ein Muster von geraden Spuren, da sich die Schnitteigenschaften der Kurvenschar sich nicht ändert. Was im üblichen Sinn geradlinig und gleichförmig ist, entscheidet man an der Kurvenschar selbst.

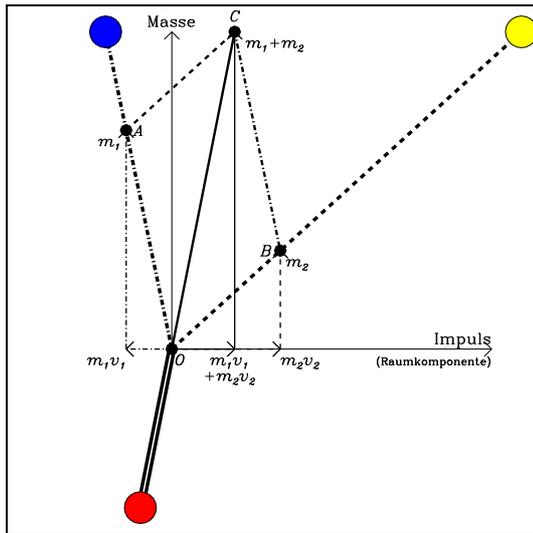


Abbildung 8: Masse und Impuls

Das Orts-Zeit-Diagramm kann unmittelbar als ein Impuls-Masse-Diagramm gelesen werden. Die Masse ist der Maßstabsfaktor zwischen beiden. Die Ortsrichtung zeigt dann den Impuls, die Zeitrichtung die Masse selbst. — Wir sehen die Spur eines Objekts, das bei O in zwei Fragmente zerfällt. Nun muss ein Punkt C auf der verlängerten Weltlinie des zerfallenen Objekts gewählt und mit den Weltlinien der Fragmente ein Parallelogramm $OACB$ konstruiert werden. Dieses erweist sich als Impulsparallelogramm. Es zeigt die Impulse und Massen der Fragmente im Vergleich mit Impuls und Masse des zerfallenen Objekts.

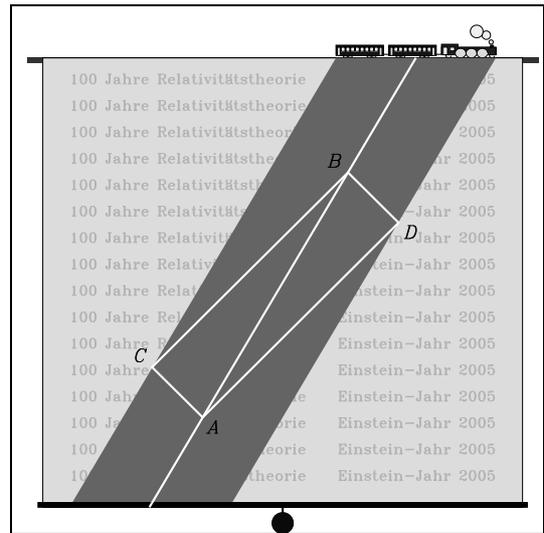


Abbildung 9: Der Einsteinzug auf der Gardinenstange

In der Mitte eines fahrenden Zuges wird ein Lichtsignal ausgelöst, das an den Enden reflektiert wird. Da die Lichtgeschwindigkeit im Zug von der Richtung nicht abhängt, treffen sich beide Signalteile wieder in der Mitte. Der Schaffner muss schließen, dass die Momente der Spiegelung an den Enden gleichzeitig sind. Die Lichtgeschwindigkeit ist aber auch bezüglich der Gardinenstange nicht von der Richtung abhängig. Also können die Momente der Spiegelung bezüglich der Gardinenstange nicht gleichzeitig sein.