

Der inhomogene Kosmos II.¹

Von D.-E.Liebscher, Potsdam-Babelsberg

Mit 4 Abbildungen

1. Die Entwicklung nach dem Aufklaren

Im vorigen Heft wurde dargestellt, wie Inflationsmodell und Allgemeine Relativitätstheorie ein Störungsspektrum liefern, das den Ausgangspunkt für die Entwicklung im überschaubaren Teil und im durchschaubaren Zeitabschnitt der Metagalaxis darstellt. In zweierlei Form werden diese Störungen beobachtet. Zum einen sehen wir sie auf dem Hintergrund als Temperaturschwankungen, zum anderen finden wir das Ergebnis ihrer Entwicklung in den Eigenschaften der großen Strukturen, die wir wiederum – zumindest bis zu einem gewissen Grade – als entwickeltes Störungsspektrum beschreiben können. Dem Vergleich dieser beiden Beobachtungen und seinem grundlegenden Ergebnis ist das Folgende gewidmet. Wir werden sehen, daß zwei charakteristische Skalen diesen Vergleich bestimmen: das sind der Radius unseres Gesichtsfelds auf dem Hintergrund und der Hubble-Radius zum Zeitpunkt des Verschwindens der Jeans-Länge.

Das Anfangsspektrum ist uns zunächst zu dem (skalenabhängigen) Zeitpunkt $t_{\text{Eintritt}}[L_{\text{heute}}]$ gegeben, zu dem die expandierende Skala $L[t] = L_{\text{heute}} \cdot R[t]/R_{\text{heute}}$ wieder vom Hubble-Radius $R_H[t] = c/H[t]$ überholt wird (d.h. in den momentanen Horizont eintritt). Das Szenarium der Inflation liefert zu diesem Zeitpunkt relative Schwankungen der Masse, die für eine gegebenen Größe des (mitexpandierenden) Volumens von diesem Volumen unabhängig sind. Nach Eintritt in den Hubble-Radius verstärkt sich eine Störung zunächst unabhängig von ihrer Skala linear,

$$\text{Störungen}[t] = V[t, t_{\text{Eintritt}}] \text{Störungen}[t_{\text{Eintritt}}],$$

wobei die Verstärkung in einem Staubkosmos proportional der Expansion ist,

$$V[t, t_{\text{Eintritt}}] = \frac{R[t]}{R[t_{\text{Eintritt}}]}. \quad (1)$$

¹ Teil I erschien im vorigen Heft.

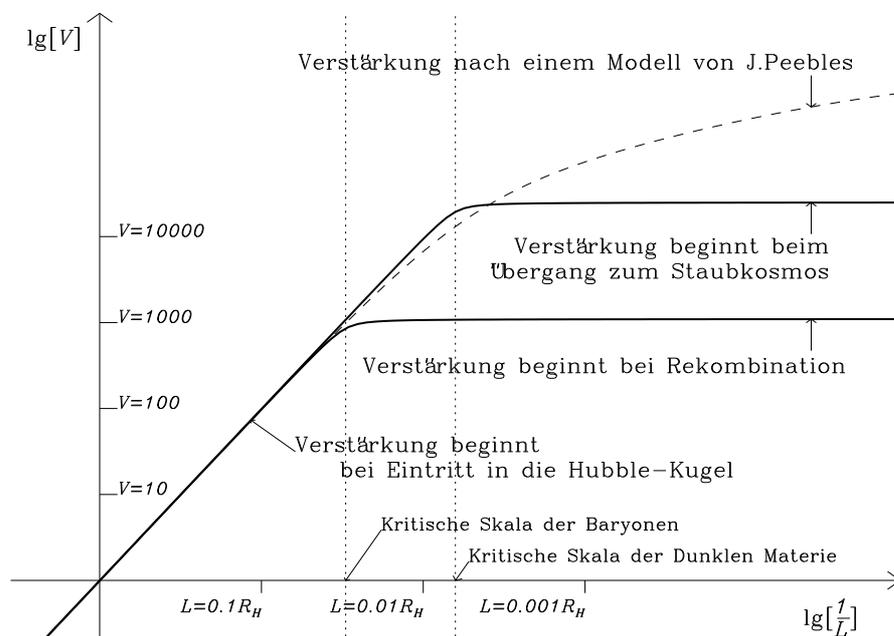


Abbildung 1: Schema der Verstärkung nach Eintritt in den Hubble-Kegel in Abhängigkeit von der Skala L der Störung und der Skala $R_{\text{Hubble heute}}[t_{\text{Start}}]$. Die Abbildung zeigt für den Einstein-deSitter-Kosmos die Verstärkung der Skalen seit Eintritt in den Hubble-Kegel. Die Höhe der maximalen Verstärkung und die kritische Skala richten sich nach der Lage des kritischen Zeitpunkts t_{Start} für den Beginn der Verstärkung nach dem Eintritt. Zum Vergleich ist eine nach einem konkreten Modell berechnete Verstärkung angegeben. Die Überhöhung auf kleinen Skalen ist Folge nichtlinearer Entwicklung. Es wird deutlich, daß die bei $t_{\text{Start}} = t_{\text{Aufklaren}}$ zustandekommende Skala L_1 , d.h. die kritische Skala der Baryonen, die Beobachtungen nicht beschreiben kann.

Diese Verstärkung wird verzögert, d.h., das Wachstum wird verhindert, wenn die Skala immer noch kleiner als die aktuelle Jeans-Länge ist (Abb.1). Dann beginnt die weitere Kondensation erst, wenn die Jeans-Länge genügend klein geworden ist. Wir unterscheiden also zwei Skalenbereiche. Ist die Skala L_{heute} genügend groß, dann wächst die Störung gleich weiter, wenn L von R_{Hubble} überholt wird, denn die Zeit, in der der Jeans-Radius groß war, ist bereits

vorbei. Die Verstärkung seit Eintritt in den Hubble-Radius ist dann

$$V_1[L_{\text{heute}}] = \frac{\text{Verstärkung}}{\text{auf großen Skalen}} \approx \frac{R_{\text{heute}}}{R[t_{\text{Eintritt}}[L_{\text{heute}}]]},$$

also abhängig von der Skala L_{heute} . Im Einstein-deSitter-Kosmos² ist nun

$$R[t] = R_{\text{heute}} \left(\frac{t}{t_{\text{heute}}}\right)^{2/3}, \quad R_{\text{Hubble}} = R_{\text{Hubbleheute}} \frac{t}{t_{\text{heute}}}.$$

Die Forderung

$$L_{\text{heute}} \frac{R[t_{\text{Eintritt}}[L_{\text{heute}}]]}{R_{\text{heute}}} = R_{\text{Hubble}}[t_{\text{Eintritt}}[L_{\text{heute}}]]$$

legt die Eintrittszeit auf

$$t_{\text{Eintritt}}[L_{\text{heute}}] = t_{\text{heute}} \left(\frac{L_{\text{heute}}}{R_{\text{Hubbleheute}}}\right)^3$$

fest. Die Verstärkung im Einstein-deSitter-Kosmos ist daher etwa

$$V_1[L_{\text{heute}}] \approx \frac{R_{\text{heute}}}{R[t_{\text{Eintritt}}]} = \left(\frac{R_{\text{Hubbleheute}}}{L_{\text{heute}}}\right)^2,$$

Kleine Skalen dagegen treten so früh in den Hubble-Radius ein, daß sie bis zum Zeitpunkt t_{Start} warten müssen, zu dem der Jeans-Radius zusammenfällt, d.h. im einfachsten Fall, bis die Baryonen von der Strahlung abkoppeln ($t_{\text{Start}} = t_{\text{Aufklaren}}$). Die Verstärkung

$$V_2 = \frac{\text{Verstärkung}}{\text{auf kleinen Skalen}} \approx \frac{\text{Expansion heute}}{\text{Expansion bei } t_{\text{Start}}} = \frac{R_{\text{heute}}}{R[t_{\text{Start}}]}$$

ist dann unabhängig von der Skala³. Es gibt eine charakteristische Skala, die den Übergang von der skalenabhängigen Verstärkung zur skalenunabhängigen markiert, und durch $V_1[L_{\text{heute}}] = V_2$ bestimmt ist. Diese erste Skala ist der Hubble-Radius (in mitexpandierenden Einheiten) zum Zeitpunkt t_{Start} ,

$$L_1 = \frac{cR_{\text{heute}}}{H[t_{\text{Start}}]R[t_{\text{Start}}]}. \quad (2)$$

²Im Einstein-deSitter-Kosmos wird die Expansionsrate allein durch eine druckfreie Materieverteilung bestimmt, deren Dichte dieser Definition entsprechend immer gleich der kritischen Dichte ist: $\Lambda = 0$, $k = 0$, $\Omega_0 = 1$.

³Bei sehr kleinen Skalen ($L < 1 h^{-1}$ Mpc) kann die Verstärkung durch eine Dämpfung im noch undurchsichtigen Universum kompensiert werden, die von der Viskosität der Hintergrundstrahlung oder von der hohen Beweglichkeit einer heißen Komponente dunkler Materie hervorgerufen wird, Abb.2

Im Einstein-deSitter-Kosmos ist das

$$L_1 = R_{\text{Hubble}_{\text{heute}}} \sqrt{\frac{R[t_{\text{Start}}]}{R_{\text{heute}}}} .$$

Je früher der Zeitpunkt t_{Start} liegt, desto kleiner wird die Skala L_1 , die die großen Skalen mit skalenabhängiger Verstärkung von den kleinen Skalen mit fester Verstärkung⁴ trennt.

Bestimmen wir die Schwankungen der Temperatur der Mikrowellenhintergrundstrahlung, dann sind uns deren Skalen zunächst als Winkel gegeben. Diese Winkel sind einfach Bruchteile des Radius unseres Gesichtfeldes auf dem Hintergrund, und dieser ist also die zweite wesentliche Skala

$$L_2 = R_{\text{heute}} \int_{t_{\text{Aufklaren}}}^{t_{\text{heute}}} \frac{cdt}{R[t]} \quad (3)$$

Im Einstein-deSitter-Kosmos ist das

$$L_2 = 2R_{\text{Hubble}_{\text{heute}}} \left(1 - \sqrt{\frac{R_{\text{Aufklaren}}}{R_{\text{heute}}}}\right) \approx 2R_{\text{Hubble}_{\text{heute}}} .$$

Bedenken wir also nicht weiter den Anfangszustand, sondern das Ergebnis der Verstärkung, dann haben wir das Spektrum für die kleinen Skalen mit dem Wert der Schwankungen auf der Skala des Gesichtfeldes zu vergleichen. Dieser Vergleich liefert einen Zusammenhang der beiden Skalen L_1 und L_2 , weil die Skala L_2 immer auf dem ansteigenden Teil der Verstärkung liegt. Daher gilt der Zusammenhang

$$V[L < L_1] = V[L_2] \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 . \quad (4)$$

Merkwürdigerweise spielt in der Konsequenz dieser Formel die Gesamtverstärkung der Inhomogenitäten bei der Bewertung der Beobachtungen und kosmologischen Modelle eine geringe Rolle. Der grundsätzliche Punkt ist vielmehr die relative Größe des Gesichtfeldes bei $t_{\text{Aufklaren}}$ und des Hubble-Radius bei t_{Start} . Im Einstein-deSitter-Kosmos ist im einfachsten Fall $t_{\text{Start}} = t_{\text{Aufklaren}}$. Das Verhältnis der Verstärkungen nach Formel (4) ist dann mit

⁴Im allgemeinen rechnet man zunächst die Ausgangsschwankungen $\delta[t_{\text{Eintritt}}]$ auf den festen Zeitpunkt $t_{\text{Aufklaren}}$ formal um: $\delta[t_{\text{Aufklaren}}] = (R[t_{\text{Aufklaren}}]/R[t_{\text{Eintritt}}])^2 \delta[t_{\text{Eintritt}}]$. Dann wird die Verstärkung mit einer Transferfunktion $T = (\delta_{\text{heute}}/\delta[t_{\text{Aufklaren}}])^2$ beschrieben, die nun für die großen Skalen konstant ist und für die kleinen abfällt.

$2 \times z_{\text{Aufklären}}$ zu klein: Dies ist das Zeitproblem, versteckt im Verhältnis der charakteristischen Skalen.

Im Einzelnen sieht der Verlauf der Verstärkung komplizierter aus, und der hier skizzierte Übergang von der Verstärkung großer Skalen zu der kleiner Skalen verteilt sich auf einen breiten Bereich, so daß speziell die charakteristische Länge L_1 nur implizit in den Rechnungen und Messungen zum Ausdruck kommt. Abb. 2 zeigt die Verstärkung in Abhängigkeit von der Skala, wie sie praktisch verwendet werden kann⁵. In Inhomogenitätenspektrum der Hintergrundstrahlung spielen auch die Einzelheiten beim Aufklären des Universums eine wichtige Rolle.

2. Das Spektrum der Inhomogenität

Wie können wir unsere theoretischen Vorstellungen beobachtend testen? Die einzelnen Galaxien etwa, ihre Lage und Größe können nicht Gegenstand unserer Analyse sein. Vielmehr erscheint uns die Verteilung im Raum und über die verschiedenen Eigenschaften als Realisierung eines statistischen Gesetzes. Dieses statistische Gesetz erfordert (1) eine theoretische Begründung und (2) eine Sicherung durch die Beobachtung. Das letztere ist durchaus eine gesonderte Frage, weil die Metagalaxis eben nur einmal gegeben ist, und eine so kleine Stichprobe kann uns nicht helfen. Hier hilft nur das kosmologische Prinzip: Wir müssen eben vor aller Analyse Homogenität im Großen voraussetzen. Dann allerdings werden die einzelnen Teile der Metagalaxis mehr oder weniger unabhängige Stichproben, und wir können auf Ergebnisse hoffen.

Das gesuchte Gesetz beschreibt eine Verteilung der Lage einzelner Objekte (Galaxien, aber auch andere) und die Korrelationen zwischen ihnen. Wir können diese Verteilungen nach Fourier zerlegt⁶ denken und behandeln dann die Komponente zu einer gegebenen Wellenlänge als Störung fester Reichweite, wie wir sie in den vorangegangenen Abschnitten betrachtet haben. Wir erhalten im allgemeinen ein komplexes Spektrum in Amplitude und Phase.

Das Spektrum der Störungen in den für Galaxienhaufen und Schaumstruktur wichtigen Reichweiten kann – zumindest im Grundsatz – durch Korrela-

⁵Dabei muß nur angemerkt werden, daß der Vergleich mit Beobachtungen die Gesamtamplitude offen läßt, die Kurven also zur Anpassung nach oben und unten, nicht aber seitwärts verschoben werden können.

⁶In gekrümmten Räumen wird nach Kugelfunktionen zerlegt.

tionsfunktionen aus den Galaxienkatalogen bestimmt werden. Es entspricht – berücksichtigt man die Feinheiten der Verstärkung – dem von der Inflation so leicht begründbaren Harrison-Zeldovich-Spektrum⁷ [4, 13]. Die beobachtete Wert für die relative Schwankung der Masse ist auf der Skala $10 h^{-1}$ Mpc ziemlich genau $\Delta[10h^{-1} \text{ Mpc}] = 1$. Das in unserem schematischen Ablauf verwendete $\Delta_1 = (\frac{\delta M}{M})_1$ ist etwas größer (≈ 3) anzusetzen, weil die Verstärkung auf dieser Skala noch nicht den idealen Wert erreicht. Auch in den Störungen, die der Satellit COBE in der Mikrowellenhintergrundstrahlung gemessen hat, finden wir einen komplizierteren Verlauf, der die Feinheiten der physikalischen Prozesse bei der Rekombination widerspiegelt. Die größeren Skalen (oberhalb 1°) sind von diesen Feinheiten weniger berührt und indizieren wieder ein Harrison-Zeldovich-Spektrum, das bei 30° ($L \approx L_2/2$) den Wert $\Delta = \frac{\delta M}{M} \approx 2 \cdot 10^{-4}$ erreicht⁸ (Abb. 2), so daß wir $\Delta_2 = 5 \cdot 10^{-5}$ ansetzen müssen.

Setzen wir im Einstein-deSitter-Kosmos den Start der skalenunabhängigen Verstärkung mit dem Aufklaren an ($L_1 = 0.03 R_{\text{Hubbleheute}}$), dann ist der beobachtete Wert von $\Delta_2 \approx 5 \cdot 10^{-5}$ viel zu klein, um auf der erwarteten Kurve zu liegen ($\Delta_{2\text{erwartet}}[R_{\text{Gesichtfeld}}] = \Delta_1(L_1/R_{\text{Gesichtfeld}})^2 \approx 7 \cdot 10^{-4}$). Der beobachtete Wert erzwingt vielmehr eine charakterische Länge $L_1 = \sqrt{\Delta_2/\Delta_1} L_2 \approx 0.008 R_{\text{Hubbleheute}}$. Diesen Wert hat der Hubble-Radius im Einstein-deSitter-Kosmos aber bereits bei $z > 15000$ erreicht, weit vor dem Aufklaren. Es sollte die Rotverschiebung sein, bei der der Übergang von Strahlungskosmos in den Staubkosmos (Einstein-deSitter-Kosmos) stattgefunden hat, und wir sollten daraus schließen, daß die skalenunabhängige Verstärkung bereits zu diesem Zeitpunkt eingesetzt hat. Das geht aber nur, wenn sie von Teilchen getragen wurde, die mit der Strahlung nicht wechselwirken und das dichte Photonengas unbehindert durchdringen können. Solche Materie trägt ei-

⁷Harrison und Zeldovich begründeten auf anderen unabhängigen Wegen, daß die mittlere Streuung von $\frac{\delta M}{M}$ in dem Moment $t_{\text{Eintritt}}[L_{\text{heute}}]$, wo die betroffene Skala vom Hubble-Radius überholt wird, unabhängig von der Längenskala ist. Bei kleinen Skalen $L < L_1$, die eine konstante Verstärkung erfahren, ist dann $\frac{\delta M}{M}$ auch heute noch bis auf Effekte nichtlinearer Entwicklung skalenunabhängig.

⁸Man beschreibt im allgemeinen ein Leistungsspektrum über Wellenzahlen, die auf die heutige Expansionsrate normiert sind. Das Leistungsspektrum $P[k]$ bestimmt sich aus dem Quadrat der relativen Streuung der Massen über der Skala π/k nach der Formel $P[k] = 2\pi^2 k^{-3} (\delta M/M)^2$. Die Einheit dieser Wellenzahlen k ist also $1 h \text{ Mpc}^{-1}$ oder $R_{\text{Hubbleheute}}^{-1} = 3.33 \cdot 10^{-4} h \text{ Mpc}^{-1}$. Die Einheit der Leistungsdichte P ist dann $1 h^{-3} \text{ Mpc}^3$ oder $R_{\text{Hubbleheute}}^3 = 2.7 \cdot 10^{10} h^{-3} \text{ Mpc}^3$. Beim Eintritt in den Hubble-Radius ist nach Harrison und Zeldovich $P \propto k^{-3}$. Für kleine Skalen ist die Verstärkung vergleichsweise unabhängig von der Skala, für große Skalen ist sie reduziert, $P \propto k$.

ne Tarnkappe: Sie streut das Licht nicht, sie absorbiert es nicht, sie strahlt nicht. Dies ist die dunkle Materie. Sie begegnet uns auch bei der Diskussion der Masse der Galaxien und der Galaxienhaufen (Abschnitt 4). Beginnt nun die Kondensation in dieser dunklen Materie, dann ist die maximale Verstärkung nicht durch das Verhältnis der Expansion heute und zur Zeit des Aufklarens, sondern durch das Verhältnis der Expansion heute und zum Ende des Strahlungskosmos bestimmt, und dies ist wegen $\omega \approx 10^{-5}$ gerade der erforderliche Wert von 10^5 (Abb.1). So fallen mit Erreichen der Einstein-deSitter Phase bei etwa $z \approx 24000$ ($\Omega_0 h^2$) die Reichweiten von $\approx 0.006 (h\sqrt{\Omega_0})^{-1} R_{\text{Hubbleheute}} \approx 20 (h\sqrt{\Omega_0})^{-1} h^{-1}$ Mpc unter den Hubble-Radius.

Dunkle Materie wird im Einstein-deSitter-Kosmos ohnehin benötigt, um die Dichte der Baryonen bis zur kritischen Dichte aufzufüllen. Auf dieses Auffüllen kann man nur verzichten, wenn man alle kosmologischen Modelle zuläßt, die die Friedmann-Gleichung erfüllen. Diese Modelle werden uns weiter unten noch beschäftigen. Vorläufig wollen wir die Geschichte einer dunklen Materie im Einstein-deSitter-Kosmos verfolgen. In der dunklen Komponente können Störungen noch vor dem Zeitpunkt des Aufklarens auf größere Werte anwachsen, als in der Mikrowellenhintergrundstrahlung (auf deren Skalen die Verstärkung erst viel später beginnt) sichtbar sind. Nur die zugehörigen Potentialstörungen bilden sich durch die Einsteinsche gravitative Frequenzverschiebung auf die scheinbare Temperaturverteilung ab, korrigiert durch die geringfügige Mitnahme der Photonendichte im Dichtekontrast der dunklen Materie und eventuelle Pekuliargeschwindigkeiten der baryonischen Komponente. Der Dichtekontrast in der dunklen Materie selbst wird in der Mikrowellenhintergrundstrahlung nicht unmittelbar sichtbar, weil bis zum Aufklaren keine Zeit bleibt, um die Strahlungskomponente mehr als nur geringfügig zu beeinflussen: Die Wechselwirkung ist zu schwach. Auch heute noch bleiben die betroffenen Teilchensorten bis auf ihre Schwerewirkung unsichtbar.

3. Variationen

Bestimmt dunkle Materie die Verstärkung, dann ist der Beginn bei kleinen Skalen auf den Zeitpunkt des Übergangs vom Strahlungskosmos in den Einstein-deSitter-Kosmos festgelegt, $t_{\text{Start}} = t_{\text{Gleichgewicht}}$. Nun ist allerdings diese Zeit wieder eine Idee zu früh. In den Modellen für die Störungsentwicklung drückt sich das so aus, daß (gemessen an den Beobachtungen auf kleineren

Skalen) die beobachtete Verstärkung auf den großen Skalen nun etwas größer als erwartet ist – bei dem einfachen Ansatz ohne dunkle Materie war sie ja kleiner als erwartet. Normiert man umgekehrt das Spektrum über den großen Skalen an den Ergebnissen von COBE, gibt es bei den kleinen Skalen in der Amplitude einen Überschuß der Erwartung über die Beobachtung [2]. Dies ist heute der wichtigste Anlaß, nach geeigneten Verfeinerungen des Bildes zu suchen. In vier Richtungen wird geforscht (Abb. 2).

- Einmal kann man versuchen, das aus dem Ablauf der Inflation folgende Anfangsspektrum zu präzisieren, d.h. man untersucht verschiedene Modelle für diese inflationäre Entwicklungsphase des Universums.
- Zweitens kann man unterstellen, daß die dunkle Materie auch leichtere Teilchen enthält, die mit ihrer höheren thermischen Geschwindigkeit die Störung auf den kleineren Skalen gedämpft haben (Heiße dunkle Materie). Die kalte Komponente wird aber auf keinen Fall überflüssig; allein gelassen, tut die heiße dunkle Materie des Guten zuviel.
- Drittens kann man an kosmologische Modelle denken, die noch Krümmung und kosmologische Konstante zulassen. Diese Modelle verändern den Gang der Verstärkung für $L > L_{\text{kritisch}}$ und eventuell auch den Wert von L_{kritisch} selbst.
- Schließlich kann man versuchen, in die Bestimmung der Verstärkung die thermodynamischen Phänomene genauer einzubeziehen, die das Verhältnis von kontraktionsbedingter Aufheizung und strahlungsbedingter Kühlung bestimmen.

Dabei kann man sich neben dem eigentlichen Spektrum der Dichteinhomogenitäten auch auf Potential- und Geschwindigkeitsverteilungen stützen. Speziell die Potentialstörungen ändern sich erst in nichtlinearer Näherung, weil im Potential⁹ das Anwachsen der Dichtestörungen durch die Expansion voll kompensiert wird. Zudem hat erst das Potential der gesamten Metagalaxis die Größenordnung Eins. Galaxien und Galaxienhaufen haben immer kleinere Potentiale¹⁰. Die Tiefe der Potentialmulden können wir in Röntgenbereich direkt beobachten. Aus dem Gebiet um die Galaxien eines Galaxienhaufens, wo die Strahlung nicht wesentlich gestört wird, sehen wir die thermische Strahlung

⁹Wir geben für das Potential immer eine dimensionslose Größe an, indem der Newtonsche Ausdruck GM/r auf das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit bezogen wird, d.h. $\Phi = GM/(Rc^2)$.

¹⁰Das Potential der Milchstraße in der Sonnenumgebung ist etwa 10^{-6} .

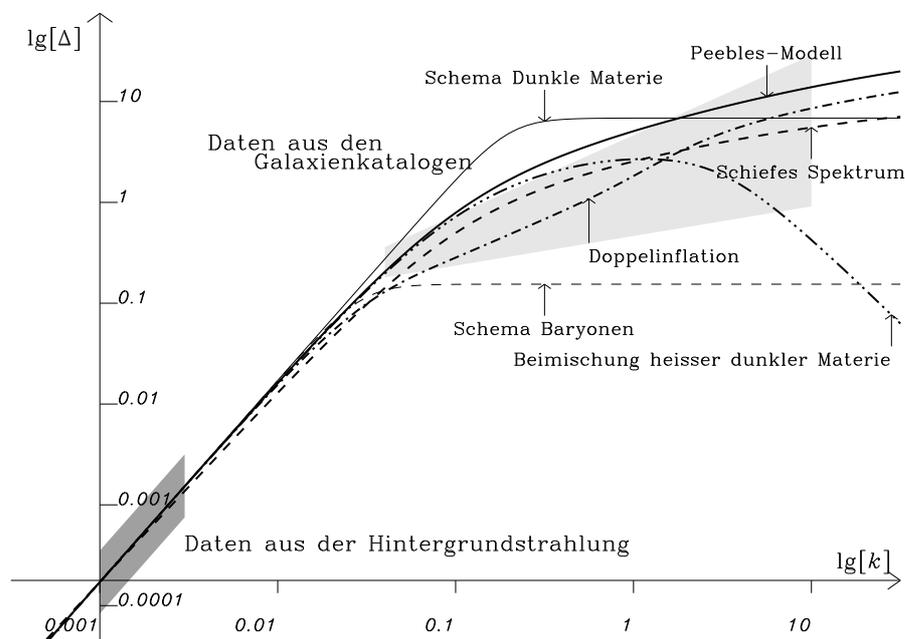


Abbildung 2: Variation der Bedingungen der Strukturentstehung

Die Abbildung zeigt schematisch den Verlauf des Spektrums $\Delta[k = \frac{\pi}{L}] \approx \frac{\delta M}{M}$ für

- die Messungen durch die Satelliten COBE und die Bestimmungen aus den Galaxienkatalogen,
- das hier behandelte Schema eines Harrison-Zeldovich-Spektrums für dunkle Materie in einem Einstein-deSitter-Kosmos (durchgezogene dünne Linie) und für rein baryonische Materie (gestrichelte dünne Linie),
- das genauere Modell nach Peebles für dunkle Materie (starke ausgezogene Linie),
- die Variation nach dem Anfangsspektrum, in dem etwa $P[k, t_{\text{Eintritt}}[k]] \propto k^{n-4}$, $n \neq 1$ ist (Schiefes Spektrum, gestrichelte Linie),
- die Variation nach der Zusammensetzung der dunklen Materie, von der hier ein Teil heiß ist (Gemischte Dunkle Materie, strichpunktierte Linie),
- die Variante im Ablauf der Inflation, die eine Stufe im Anfangsspektrum erzeugt (Doppelinflation, strichpunktierte Linie).

Die hier zu sehenden Veränderungen überlagern sich den konkreten Modellen, die vom Schema nur näherungsweise wiedergegeben werden können. Alle Spektren werden hier durch das Ergebnis der COBE-Beobachtungen normiert.

der Protonen, die in die Potentialmulde des Haufens gefallen sind. Ihre mittlere thermische Energie ist der Tiefe der Potentialmulde proportional. Mit der

Temperatur dieser Strahlung messen wir also die mit den Haufen verbundenen Gravitationspotentiale. Hat die Potentialmulde eine Tiefe von $\Phi \approx 10^{-6}$, hat das Gas eine Temperatur von $kT \approx m_{\text{Proton}} c^2 \Phi \approx 1$ keV und strahlt deshalb im Röntgenbereich. Mit den Röntgensatelliten ist dieses Gas zwischen den Galaxien der Haufen gefunden und vermessen worden [1, 9].

Schließlich kann man auch versuchen, das Feld der Geschwindigkeiten (Rotverschiebungen) zu analysieren. Primordiale Pekuliargeschwindigkeiten verschwinden proportional $(1+z)$. Setzt man zum Zeitpunkt des Aufklarens eine Wert von 10^{-4} an, müßten sie bis heute auf 10^{-7} , d.h. etwa 10 km/s gefallen sein. Wir beobachten aber Pekuliargeschwindigkeiten von über 1000 km/s. Dabei geht nicht alles wild durcheinander, sondern die Pekuliargeschwindigkeiten sind über zum Teil große Raumgebiete korreliert. Der naheliegende Schluß ist, daß die beobachteten Pekuliargeschwindigkeiten nicht primordial, sondern sekundär sind, daß sie Fallgeschwindigkeit auf die sich herausbildenden großräumigen Kondensationen der Masse sind. Ein solches Geschwindigkeitsfeld muß es allein wegen den Erhaltung der Masse geben, solange die Konzentration der Masse im betroffenen Raumbereich anhält¹¹. Es ist deshalb auch der momentanen Verstärkung proportional. Wir können es durch einen Geschwindigkeitparameter

$$f = \frac{1}{H} \frac{1}{V[t, t_{\text{Start}}]} \frac{dV[t, t_{\text{Start}}]}{dt} \quad (5)$$

charakterisieren. Die großen Werte der beobachteten Geschwindigkeiten sprechen dafür, daß der Konzentrationsprozeß auf den großen Skalen noch anhält. Das deutet darauf hin, daß viel dunkle Materie vorhanden und der Dichteparameter Ω_0 des Universums tatsächlich nahe Eins ist. In der Bilanz der Friedmann-Gleichung sollten dann keine kosmologische Konstante und keine Krümmung auftauchen.

4. Dunkle Materie

Wie wir gesehen haben, sind die durch elektromagnetische Strahlung beobachtbaren Materiekomponenten nicht dicht genug, um allein der Expansionsrate in der Friedmann-Bilanz die Waage zu halten. Selbst wenn sie dies

¹¹Dabei kommt uns zuhelfe, daß das Gravitationsfeld nur eine rotationsfreie Bewegung hervorruft. Dadurch ist das Geschwindigkeitsfeld selbst Gradient eines Potentials. Dieses Geschwindigkeitspotential können wir dadurch bereits bestimmen, wenn uns nur das Feld der Radialgeschwindigkeiten bekannt ist.

könnte, wäre sie zum Zeitpunkt des Aufklarens, den wir in der Mikrowellenhintergrundstrahlung beobachten, zu gleichmäßig verteilt, um allein durch ihre eigene Gravitation die heute beobachteten Strukturen zu erzeugen. Gibt es also etwas, das wir nicht sehen, eine dunkle Komponente? Nicht sichtbar sein – das bezieht sich ohnehin nur auf die elektromagnetische Strahlung, die nicht merklich emittiert, absorbiert oder reflektiert wird. Sichtbar – berechenbar – werden die kosmischen Objekte auch auf Grund ihrer Gravitationswirkung, so wie der Neptun durch Beobachtung seiner Schwerewirkung auf den Uranus gefunden wurde. Solchen Schluß aus beobachteter Bewegung auf Gravitationszentren können wir an vielen anderen Stellen ziehen, bei den Doppelsternen, den binären Pulsaren, bei der Suche nach Planeten anderer Sterne. Allerdings sind Merkwürdigkeiten der Bewegung nicht unbedingt Gravitationszentren geschuldet, sondern unter Umständen auch Ungewißheiten in den Gesetzen des Schwerefeldes. Das von der Allgemeinen Relativitätstheorie geklärte Residuum der Perihelbewegung des Merkurs ist dafür das berühmte Beispiel. Den u.a. vermuteten Planeten Vulkan gibt es nicht, die Perihelbewegung des Merkur ist Folge der Präzisierung der Newtonschen Gravitationstheorie, die die Allgemeine Relativitätstheorie bereitstellt.

Im Bereich der Bewegung der Sterne, Sternhaufen und Gaswolken einer Galaxie sind wir ziemlich sicher, die Newtonsche Gravitationstheorie anwenden zu können. Vergleichen wir nun Rotationsbewegung oder Streuung der Geschwindigkeiten innerhalb einer Galaxie mit der auf die geschätzte sichtbare Massenverteilung gegründeten Erwartung, so finden wir einen Überschuß und müssen wir auf eine dunkle Komponente schließen, die sogar etwas gewichtiger als die sichtbare Komponente zu sein scheint [6, 8]. Immerhin ist es aber noch vorstellbar, daß die Galaxienhalos aus konventionellen Teilchen (Baryonen) bestehen, selbst wenn man die engen Grenzen in Betracht zieht, die von den Rechnungen zur primordialen Kernsynthese gesetzt werden [11]. Die Wirkung des Schwerefeldes der in den Galaxien und Haufen konzentrierten dunklen Materie auf die Lichtausbreitung beobachtet man auch durch die Lichtablenkung im Linseneffekt dieses Schwerefeldes, der beobachtet werden kann, wenn ein Quasar genügend weit hinter der Galaxie oder dem Haufen sichtbar ist.

Einfache Modelle der Inflation müssen mit kosmologischen Konstanten und Raumkrümmungen rechnen, die heute unwesentlich klein sind. Eine kosmologische Konstante mit $\Lambda \approx \Lambda_{\text{kritisch}} \approx 10^{-108} l_{\text{Planck}}^2 l_{\text{GUT}}^{-4}$ (d.h. $\lambda_0 = O[1]$) scheint ein zu feinabgestimmter Wert zu sein, um einer physikalischen Er-

klärung fähig zu sein¹².) Vermutet man in der Krümmung eine Komponente der allgemeinen Störungen, dann sollte sie zum Zeitpunkt der Rekombination $10^{-5} \dots^{-4}$ betragen und heute auf keinen Fall größer als $\kappa_0 < 0.1 \Omega_0$ sein. Eine Konstruktion inflationärer Modelle ist dann gerade noch möglich [7]. Akzeptiert man diese Argumentation, dann ist die Friedmann-Bilanz der Nachweis, daß die Summe der Materiekomponenten der Expansionsrate die Waage hält und deshalb die sichtbare Massendichte durch eine sehr viel dichtere Komponente aufgefüllt sein muß, die sich nur durch die in der Friedmann-Gleichung bilanzierte Schwerewirkung bemerkbar macht.

Dagegen haben Hoell und Priester geltend gemacht, daß man aus der Analyse der Statistik der Quasarabsorptionslinienwälder auf ein $\lambda_0 \approx 1.08$, $\kappa_0 \approx 0.094$ und $\Omega_0 \approx 0.014$ schließen sollte [10]. Sieht man nämlich in den Linien den Abdruck von Blasenwällen, in denen der Ly_α absorbierende Wasserstoff konzentriert ist, ergibt sich tatsächlich eine Friedmann-Lemaître-Kosmos mit einer Phase langsamerer Expansion in der Vergangenheit (bei $z \approx 3.7$). Nach dieser Hypothese sind die absorbierenden Wasserstoffwolken also nicht unkorreliert isoliert, sondern sammeln sich wie die Galaxien in den Strukturen, die in Abb.2 des ersten Teils zu sehen waren. Dort sind sie dann so häufig, daß jeder Blasenwall eine Linie produziert, in der die einzelnen Wolken im allgemeinen nicht mehr aufgelöst werden können. Erstaunlich ist, daß der Durchmesser der hypothetischen Blasen, auf kleine Rotverschiebungen hochgerechnet, gerade die typischen Größen der Schaumstruktur ergeben ($\delta z \approx 0.009$). Das ist bemerkenswert, weil es zunächst so nicht zu erwarten war. Alle numerischen Simulationen der Strukturentstehung zeigen eine stabile Lage der überdichten Gebiete in mitexpandierenden Koordinaten (Abb.3). Die Entwicklung der einzelnen Wolken wird erst bei starker Verdünnung der Blasenwände bei Rotverschiebungen kleiner als 2 wichtig¹³.

Friedmann-Lemaître-Modelle haben nun einen sehr kleinen Dichteparameter und gestatten keine dunkle Materie, die wesentlich über das Maß

¹²Es gibt aber eine merkwürdige Übereinstimmung zwischen der Größenordnung der Baryonenmasse m_B und der von $\Lambda_{\text{kritisch}} \approx 3H_0^2 c^{-2}$, \hbar und G konstruierbaren Masseneinheit $m_{\text{Eddington}} = \sqrt[6]{\Lambda \hbar^4 G^{-2}}$ [12]. Danach kann man die Kleinheit der kosmologischen Konstanten $\Lambda_0 \ll \Lambda_{\text{GUT}}$ zumindest mit der Kleinheit der Baryonenmasse $m_B \ll m_{\text{GUT}}$ vergleichen.

¹³Im Standardkosmos erklärt man dagegen die Absorptionslinien als Index einzelner Wolken. Dann muß man aber eine starke Entwicklung dieser Wolken akzeptieren, um den Verlauf der Linienzahl mit der Rotverschiebung zu erklären. Dazu unterstellt man ein Strahlungsfeld, das von den Quasaren in der richtigen Größe zur Verfügung gestellt werden sollte und das die Wolken mit der Zeit so aufheizt, daß sie die Ly_α -Linie nicht mehr absorbieren und so unsichtbar werden.

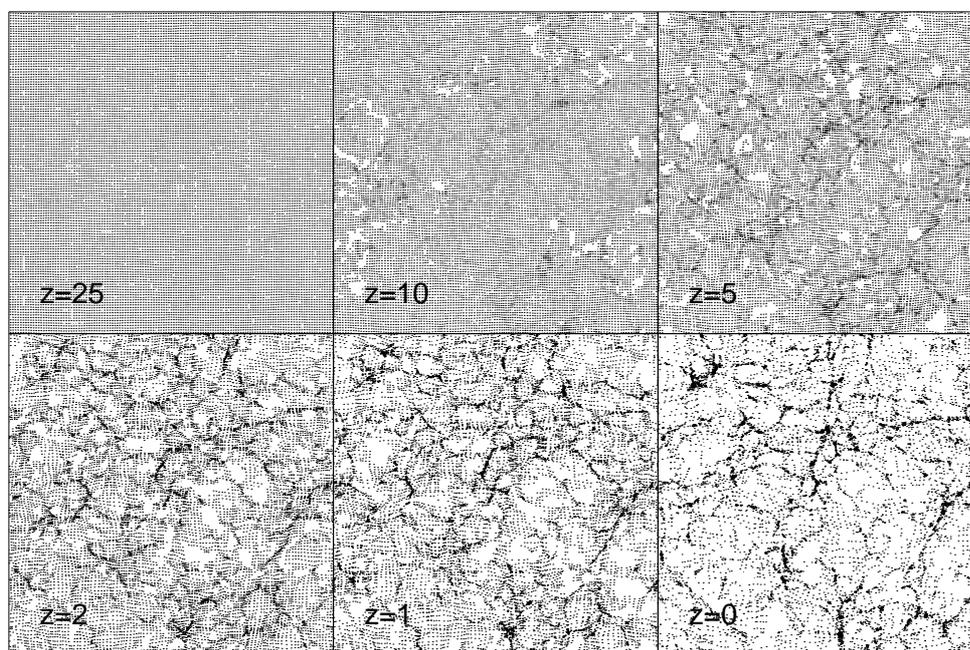


Abbildung 3: Numerische Simulation der Strukturentstehung

Diese von J.Retzlaff berechnete Folge von Karten zeigt die Verstärkung der Inhomogenitäten. Die Zeitschritte $z=25, 10, 5, 2, 1, 0$ zeigen die Entwicklung. Bis zu $z = 25$ wird analytisch gerechnet. Bei $z = 25$ setzt die numerische Simulation ein. Die Kantenlänge der Simulationsbox beträgt 150 Mpc ($h = 0.5$), das Störungsspektrum entspricht einer Doppelinflation, die Teilchenanzahl in der Simulation ist 128^3 . Eine Scheibe hat genau die Dicke von $1/128$ der Boxlänge (1.2 Mpc), so daß etwa 128^2 Teilchen pro Teilbild zu sehen sind.

hinausgeht, das die primordiale Kernsynthese für die baryonische Materie gestattet¹⁴. Setzt man den Dichteparameter gleich dem Wert der Baryondichte, der von den Rechnungen zur primordialen Kernsynthese bestimmt wird ($\Omega_{\text{baryonisch}} h^2 = 0.0125$), findet man einen großen Hubble-Faktor $H_0 \approx 90$ km/s/Mpc. Die Blasenmodell ist das einzige, das einen so großen Wert für den Hubble-Faktor vorhersagt. Darüberhinaus hat dieser Wert eine Größe, wie sie vor den Bestimmungen mit dem Hubble Space Telescope nur wenige erwartet hatten. In einem Einstein-deSitter-Modell ist das Weltalter nur $2/3$ der Hubble-Zeit ($t_{\text{Hubble}} = 1/H \approx h^{-1} 10^{10}$ Jahre) und daher bereits

¹⁴Das ist allerdings bereits mehr, als aus konventionellen Zählungen errechnet wird.

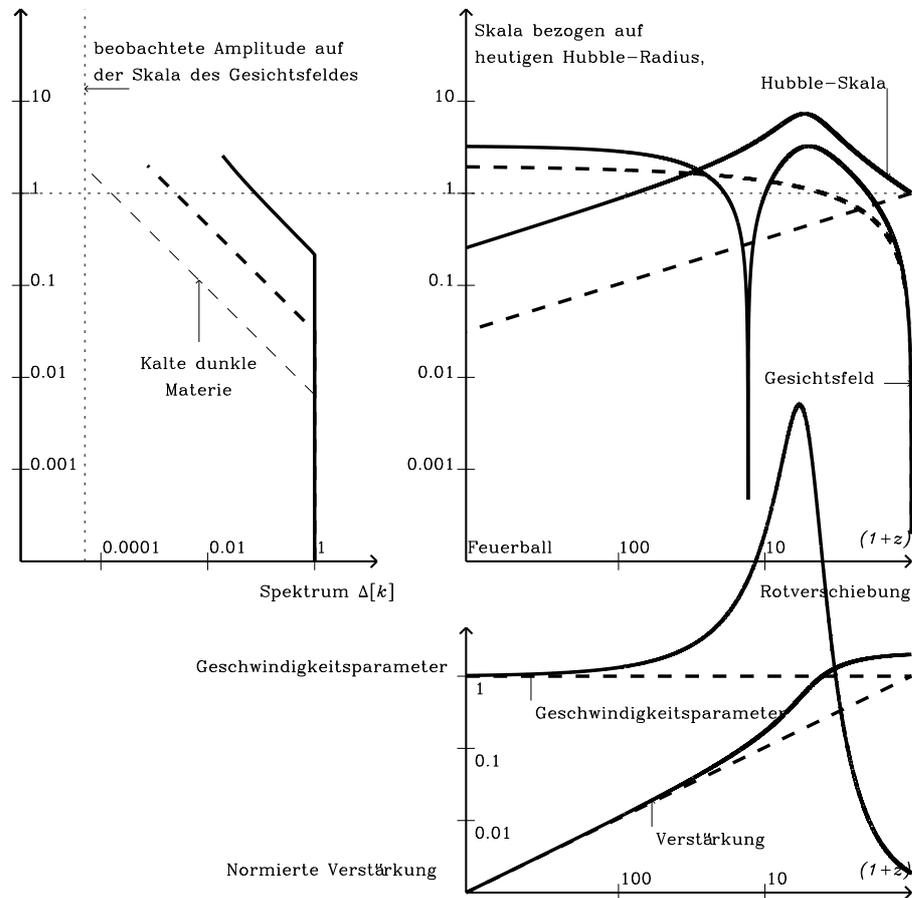


Abbildung 4: Vergleich eines von dunkler Materie beherrschten Einstein-deSitter-Kosmos mit dem Friedmann-Lemaître-Kosmos

Die Abbildung kombiniert die Darstellung von Gesichtsfeld und Hubble-Radius (rechts oben) mit dem vom Schema her erwarteten Spektrum (links oben) und dem Verlauf von Verstärkung und Geschwindigkeitsparameter (rechts unten). Die Kurven für den Friedmann-Lemaître-Kosmos sind durchgezogen, für den Einstein-deSitter-Kosmos gestrichelt. Hinzugefügt ist in dünner gestrichelter Linie der Einstein-deSitter-Kosmos mit kalter dunkler Materie. Die Kurven für das Spektrum enden oben beim entsprechenden Gesichtsfeldradius und zeigen so die jeweilige Diskrepanz mit dem beobachteten Wert.

gefährlich klein, wenn der Hubble-Faktor größer als 40 km/s/Mpc ist. Nur im Friedmann-Lemaître-Kosmos kann das Weltalter sehr viel größer als die

Hubble-Zeit sein.

In Abb.4 sind die wesentlichen Argumente zusammengefaßt. Das jeweilige kosmologische Modell ist durch den Verlauf des Hubble-Radius definiert, der in mitbewegten Koordinaten dargestellt wird. Dann erhält man die Kurven für das Gesichtsfeld und die lineare Verstärkung $V[t, t_{\text{Aufklaren}}]$ durch Integration von t_{heute} bzw. $t_{\text{Aufklaren}}$ bis $t[z]$. Der Geschwindigkeitsparameter f ist durch den Differentialquotienten (5) gegeben. Die Kurve für das Spektrum auf den großen Skalen entsteht, wenn man zur jeweiligen Skala die Rotverschiebung aufsucht, wo der Hubble-Radius diese Skala erreicht und die verbleibende Verstärkung $V[t, t_{\text{Eintritt}}]$ durch die Gesamtverstärkung $V[t, t_{\text{Aufklaren}}]$ teilt und auf einen Beobachtungswert (etwa $\Delta[10 h^{-1} \text{ Mpc}] \approx 1$) normiert.

Im Friedmann-Lemaître-Modell erreicht man insgesamt eine größere Verstärkung. Da aber in die Entwicklung des Faktors $V[t, t_0]$ zunächst nur die Rotverschiebung z als Altersparameter eingeht, ist die Vergrößerung von $V[t_{\text{heute}}, t_{\text{Aufklaren}}]$ in Modellen mit $\Omega_0 < 1$ im allgemeinen bescheiden. Eine Ausnahme ist nur der Friedmann-Lemaître-Kosmos, wenn das in diesen Modellen auftretende Minimum der Expansionsrate genügend klein ist. Diese Kosmen verlagern die Strukturbildung aber so weit in die Vergangenheit, daß der die Größe der heutigen Pekuliargeschwindigkeiten bestimmende Geschwindigkeitsparameter (5) unakzeptabel klein und zunächst unvereinbar mit dem heutigen Beobachtungsbefund scheint. Generell ist in Friedmann-Lemaître-Kosmen der Geschwindigkeitsparameter heute viel kleiner als beobachtet, weil die Kondensation eben bereits stattfindet, wenn die Expansionsrate ihr Minimum, der Hubble-Radius sein Maximum hat. Darüberhinaus verschwindet der Absolutwert der Verstärkung ohnehin in der unbekanntem Anfangsamplitude. Es geht vielmehr um den Vergleich der Verstärkung auf den verschiedenen Skalen. Der erwartete Wert für die Amplitude auf der Skala des Gesichtsfeldes, wie sie aus den COBE-Daten folgt, kann nur genügend klein werden, wenn der Quotient $Q = R_{\text{Gesichtsfeld}}/R_{\text{Hubble}}[t_{\text{Aufklaren}}]$ die Größe der CDM-Modelle erreicht ($Q \approx 60$). Davon ist ein Friedmann-Lemaître-Modell mit $\kappa_0 \approx 0.1$ weit entfernt ($Q \approx 10$). Das Friedmann-Lemaître-Modell könnte diese Bedingung umgehen, wenn die COBE-Amplitude als besonders kleinskalige und damit gedämpfte Amplitude erklärt wird und $R_{\text{Gesichtsfeld}}$ sehr klein gegen $R_{\text{Hubble}}[t_{\text{Aufklaren}}]$ wird: Dies wäre der Fall, wenn wir bei $t_{\text{Aufklaren}}$ nur einen kleinen Bereich um einen Gegenpol des sphärischen Kosmos sehen.

Soweit es die Frage betrifft, ob es dunkle Materie gibt, die die Friedmann-

Bilanz ausgleicht und einen Einstein-deSitter-Kosmos schafft, kann man generell auf eine geometrische Vermessung der Metagalaxis setzen. Allerdings reichen bisher nur die Quasarspektren bis in eine Tiefe von $z \approx 5$ (das Blasenmodell nutzt gerade dies und die geometrische Vermessbarkeit der unterstellten Blasen). Die nächsttiefe Möglichkeit ist die Gravitationslinsenstatistik [5]. Der Anteil der Quasare, deren Lichtbündel von einem Vordergrundobjekt erfaßt und deutlich verformt werden, hängt von der Anzahl der Galaxien ab, die einen Linseneffekt hervorrufen können. Diese versucht man aus dem Entwicklungsmodell der Inhomogenitäten zu schließen. Die Analysen tendieren eher zu $\Omega_0 \approx 0.3$ als zu $\Omega_0 = 1$. Auch hier sollen die Aufnahmen des Hubble Space Telescope Klärung bringen. Dabei muß das folgende Argument erwähnt werden. Die dunkle Materie, so sie die primordialen Potentialstörungen liefert, die die Strukturbildung in der Baryonen-Komponente ermöglicht, erzeugt ein Gravitationsfeld, dessen Linsenwirkung bereits einen wesentlichen Teil der Temperaturschwankungen der Mikrowellenhintergrundstrahlung vorspiegeln kann [3]. Zwei Alternativen bieten sich an. Einmal könnte es sein, daß die tatsächlichen Temperaturschwankungen noch kleiner als 10^{-5} sind. Das würde aber das erreichte Bild der Strukturbildung ebenso in Schwierigkeiten bringen. Die andere Alternative ist auch nicht besser: In ihr ist die dunkle Materie weit weniger strukturiert als die baryonische Komponente. Dann sind aber die Potentialsenken eventuell nicht tief genug, um die sekundäre Strukturbildung in der Baryonenkomponente genügend zu beschleunigen.

Dunkle Materie ermöglicht die Strukturentstehung im Einstein-deSitter-Kosmos. Die beobachtete Skalenabhängigkeit der Störungsamplitude liefert aber auch Gründe, die Modelle der dunklen Materie zu verfeinern. Sieht man sich die verschiedenen Kandidaten an, bilden sie zwei Gruppen, die kalte und die heiße dunkle Materie. Heiße dunkle Materie hat hohe Teilchengeschwindigkeiten und kleine Teilchenmassen. Sie ist noch relativistisch, wenn der Strahlungskosmos in den Einstein-deSitter-Kosmos übergeht. Die bekanntesten Kandidaten dieser Gruppe sind die massiven Neutrinos. Die Teilchen einer kalten dunklen Materie sind schon lange nichtrelativistisch, d.h. langsam und schwer. Vieldiskutierte Kandidaten sind das Photino (der Superpartner des Photons) und das Neutralino (ein Mischzustand aus Superpartnern der Leptonen), aber auch das Axion (ein trotz kleiner Masse mit nur unwesentlichen Pekuliargeschwindigkeiten erzeugtes Teilchen). Kalte und heiße dunkle Materie haben Eigenschaften, die in verschiedenen Wegen und Feinheiten der Strukturbildung münden. Kalte dunkle Materie kondensiert auf allen Skalen, und die kleineren haben einen gewissen Vorteil, weil Δ nicht ideal konstant ist,

sondern im interessierenden Bereich mit k noch etwas wächst. Heiße dunkle Materie kann auf den kleinen Skalen nicht kondensieren, weil die Störungen durch Dämpfung unterdrückt werden. Beide Arten dunkler Materie bedürfen der gravischen Wechselwirkung mit Kondensationen konventioneller baryonischer Materie, um kühlen und stärker kondensieren zu können. Kondensationsgrad von dunkler und konventioneller Materie sind im Detail nie ganz gleich¹⁵. Das komplizierte Erscheinungsbild wird im allgemeinen mit numerischen Simulationen untersucht, die die Unterschiede der verschiedenen Modelle der Materiezusammensetzung in Kondensationsformen und Entwicklung des Spektrums nach dem Übergang zum Einstein-deSitter-Kosmos darstellen (Abb.3). Endgültige Aussagen sind noch nicht in Sicht, weil es eben so viele offene Fragen und widerstreitende Argumente gibt und die Wahrheit nicht unbedingt in einem Kompromiß zu finden ist. Um so spannender ist aber das Thema, um so mehr Neuigkeiten kann man erwarten.

Literatur

- [1] BÖHRINGER, H. (1995): ROSAT-Beobachtungen von Galaxienhaufen, *Die Sterne* **71**, 365-371.
- [2] BOGUN, S. (1991): Das Aus für das Standard-CDM-Modell? *Sterne und Weltraum* **30**, 742-743.
- [3] FENG, L.L., LIU, J.M. (1992): Gravitational Optical Scintillation and Anisotropy of the Cosmic Microwave Background, *Astron.Astroph.* **264**, 385-395.
- [4] HARRISON, E.R. (1970): Fluctuations at the threshold of classical cosmology, *Phys.Rev.D* **1**, 2726-2730.
- [5] LOTZE, K.H. (1991): Lichtablenkung, Gravitationslinsen und Einsteinsche Ringe, *Die Sterne* **67**, 297-316.
- [6] MEUSINGER, H. (1986): Die mysteriöse dunkle Korona unseres Milchstraßensystems, *Die Sterne* **62**, 198-207, 266-276.
- [7] PRIESTER, W., BLOME, H.J. (1987): Zum Problem des Urknalls: "Big bang" oder "Big bounce"? *Sterne und Weltraum* **26**, 83-89, 140-144.

¹⁵Dieses Verhalten hat den Namen "bias", entlehnt aus der Statistik, wo er kennzeichnet, daß der Erwartungswert einer Schätzfunktion nicht mit dem tatsächlichen Wert des zu schätzenden Parameters übereinstimmt. Hier also heißt das, daß die Eigenschaften der sichtbaren und auswertbaren Galaxienverteilung mit denen der Verteilung der eigentlich dominierenden dunklen Materie nicht unbedingt übereinstimmen. Je nachdem, ob man aus beobachteten Galaxienverteilungen auf die dunkle Materie schließen will oder ob man aus einer theoretischen Entwicklung der dunklen Materieverteilung die Eigenschaften der Galaxienverteilung konstruieren will, hat man einen Faktor oder eine Divisor anzubringen.

- [8] SCHULZ,H. (1989): Das Rätsel der dunklen Materie, *Sterne und Weltraum* **28**, 588-591, 656-661.
- [9] TRÜMPER,J. (1995): Der Röntgensatellit ROSAT, *Die Sterne* **71**, 312-322.
- [10] VAAS,R. (1995): Zur Entstehung und Entwicklung des Kosmos, *Die Sterne* **71**, 272-295.
- [11] WAMBSGANSS,J. (1994): Besteht der Halo unserer Milchstraße aus Braunen Zwergen? *Sterne und Weltraum* **33**, 17-22.
- [12] ZELDOVICH,YA.B. (1968): The cosmological constant and the theory of elementary particles, *Sov.Phys.Uspokhi* **11**, 381-393 (*Uspokhi Fiz.Nauk* **95** (1968), 209-230).
- [13] ZELDOVICH,YA.B. (1972): A hypothesis, unifying the structure and the entropy of the universe, *Monthly Notices RAS* **160**, 1p-3p.

Anschr. d. Verf. : Prof. Dr. D.-E. Liebscher
Astrophysikalisches Institut Potsdam
An der Sternwarte 16
D-14482 Potsdam
E-mail deliebscher@aip.de